MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DE BECHAR

Département des Sciences
Laboratoire de Physique des dispositifs à semiconducteurs (L.P.D.S)
http://www.univ-bechar.dz/lpds/

# PHYSIQUE DES SEMICONDUCTEURS

## Notes de cours
### AVEC
### Exercices

**Par : Dr. HASSANE BEN SLIMANE**

# INTRODUCTION

Conforme aux programmes du LMD, ce cours s'adresse aux étudiants de troisième année de l'université dans le domaine des Sciences de la Matière. Dans cette première partie de ce cours, une analyse simple de la statistique des porteurs de charge de semi-conducteurs intrinsèques et extrinsèques de type N et P est exposés. Le cours qui présente les principales notions à comprendre et à connaître est accompagné des exercices  d'applications directes afin d'assimiler immédiatement les notions traitées.

# Statistique des porteurs de charge

**RESUME DU COURS**

La description phénoménologique des modes de production des porteurs de charges est très importante dans la physique des semiconducteurs. Il est indispensable de chiffrer les résultats de cette production est donc de déterminer la concentration des électrons et trous. Nous nous intéressons ici à analyser le semiconducteur non dégénérer.

## 1. DENSITE DES ETATS QUANTIQUE :

Soit un cristal de volume unité (V=1)

Dans l'intervalle E & E+dE on a :

dz états d'énergies (état quantiques).

N(E) : densité d'états quantique dans l'intervalle [E , E+dE] par unité d'énergie par unité de volume.

$$N(E) = \frac{dz}{dE} \qquad (1)$$

L'énergie de l'électron est donnée par la loi de dispersion :

$$E(k) = E_C + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*} \qquad (2)$$

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (avec h est le constant de Planck)

k: vecteur d'onde

$m_n^*$ : masse effective de l'électron.

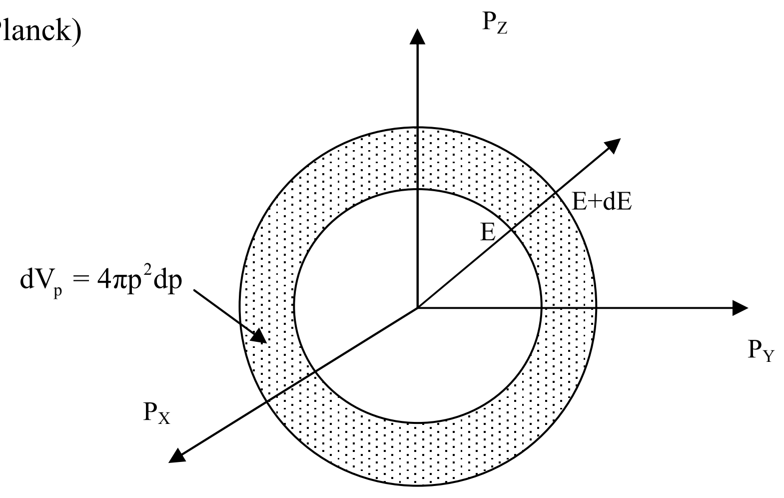



Fig. 1. Le nombre des états dans la couche [E , E+dE]

$$E(k) - E_C = \frac{p^2}{2m^*_n} \qquad (3)$$

Pare ce que l'impulsion $p = \hbar k$

Nous pouvons écrire :

$$p = \sqrt{2m_n^*(E - E_C)} \qquad (4)$$

Donc :

$$dp = \frac{2m^* dE}{2\sqrt{2m^*(E - E_C)}}$$

$$dp = \sqrt{\frac{m^*}{2}} \frac{dE}{\sqrt{(E - E_C)}} \qquad (5)$$

Alors :

$$dz = 2\frac{dV_p}{\Delta V_p}$$

$\Delta V_p = \frac{h^3}{V}$ , avec V=1

$\Delta V_p$ : Le volume d'un état quantique et le 2 signifie 2 spins

Le nombre dz est exprimé comme :

$$dz = 2\frac{4\pi \times 2m^*(E - E_C)}{h^3}\sqrt{\frac{m^*}{2}}\frac{dE}{\sqrt{(E - E_C)}} \qquad (V=1)$$

$$dz = 4\pi(\frac{2m^*}{h^2})^{3/2}(E - E_C)^{1/2}dE$$

Finalement la densité d'états quantique N(E) dans la bande de conduction du semiconducteur

est

$$N(E) = \frac{dz}{dE}$$

$$N(E) = 4\pi(\frac{2m_n^*}{h^2})^{3/2}(E - E_C)^{1/2} \qquad (6)$$

Par analogie et pour la densité d'états d'énergies dans la bande de valence

$$E(k) = E_V - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_p^*} \qquad (7)$$

$$N(E) = 4\pi\left(\frac{2m_p^*}{h^2}\right)^{3/2}(E_V - E)^{1/2} \qquad (8)$$

$m_p^*$ : masse effective des trous.

**2. CONCENTRATION DES ELECTRONS DANS LA BANDE DE CONDUCTION :**

$$n = \int_{E_C}^{\infty} f(E,F)N(E)dE \qquad (9)$$

$f_n(E,F)$ est la fonction de distribution des électrons en énergie E

$$f_n(E,F) = \frac{1}{1+\exp\left(\frac{E-F}{kT}\right)} \text{ (distribution de Fermi-Dirac)} \qquad (10)$$

F : niveau de Fermi, E = E(k) est la loi de dispersion des électrons

Alors,

$$n = 4\pi\left(\frac{2m_n^*}{h^2}\right)^{3/2}\int_{E_C}^{\infty}\frac{1}{1+\exp\left(\frac{E-F}{kT}\right)}(E-E_C)^{1/2}dE \qquad (11)$$

$$n = 4\pi\left(\frac{2m_n^*}{h^2}\right)^{3/2}\int_{E_C}^{\infty}\frac{(E-E_C)^{1/2}}{1+\exp\left(\frac{E-F}{kT}\right)}dE \qquad (12)$$

Posons $\frac{E-E_C}{kT} = x \quad \Rightarrow \quad dx = \frac{dE}{kT}$

$\frac{F-E_C}{kT} = \xi \quad , \quad E-F = (E-E_C)+(E_C-F)$

D'où,

$\frac{E-F}{kT} = \frac{E-E_C}{kT} - \frac{F-E_C}{kT} = x - \xi$ ce qui permet d'écrire l'équation (12) sous la forme suivante :

$$n = 4\pi\left(\frac{2m_n^*}{h^2}\right)^{3/2}\int_{0}^{\infty}\frac{(kT)^{1/2}x^{1/2}}{1+\exp(x-\xi)}kTdE \qquad (13)$$

$$n = 2\left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2}\right)^{3/2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{x^{1/2}}{1+\exp(x-\xi)} dE \qquad (14)$$

On pose : $N_C = 2\left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$ et $\Phi_{1/2}(\xi) = \int_0^\infty \frac{x^{1/2}}{1+\exp(x-\xi)} dx$

$\Phi_{1/2}(\xi)$ : Intégrale de Fermi d'indice 1/2.

$$\Phi_{1/2}(\xi) \begin{cases} \frac{\sqrt{\pi}}{2}\exp\xi & \text{pour } -\infty < \xi \leq 1 \text{ (semiconducteur non dégénéré)} \\ \frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{1}{0.25+\exp(-\xi)} & \text{pour } 1 < \xi \leq 5 \text{ (cas intermédiaire)} \\ \frac{2}{3}\xi^{3/2} & \text{pour } 5 < \xi < \infty \text{ (semiconducteur dégénéré)} \end{cases}$$

Alors la concentration des électrons peut s'écrire comme

$$\boxed{n = 2\frac{N_C}{\sqrt{\pi}}\Phi_{1/2}(\xi)} \qquad (15)$$

$N_C$ : la densité d'états effectives dans la bande de conduction

$$\boxed{N_C = 2.5\times 10^{19}\left(\frac{m_n^*}{m_0}\right)^{3/2}\left(\frac{T(°K)}{300}\right)^{3/2}}$$

### 3. CONCENTRATION DES TROUS DANS LA BANDE DE VALENCE :

De même manière :

$$p = \int_{-\infty}^{E_V} (1-f(E,F))N(E)dE \qquad (16)$$

$(1-f(E,F))$ : la probabilité de trouver un trou (le trou=l'absence de l'électron)

$$p = \int_{-\infty}^{E_V} (1-f(E,F))N(E)dE$$

$$p = 4\pi\left(\frac{2m_p^*}{h^2}\right)^{3/2} \int_{-\infty}^{E_V} \frac{(E_V - E)^{1/2}}{1+\exp\left(\frac{E-F}{kT}\right)} dE$$

Posons $\frac{E_V - E}{kT} = x \Rightarrow dx = -\frac{dE}{kT}$, $\frac{E_V - F}{kT} = \eta$ ,

$$p = 4\pi\left(\frac{2m_p^* kT}{h^2}\right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{x^{1/2}}{1+\exp(x-\eta)} dx$$

$$p = 2\frac{N_V}{\sqrt{\pi}}\Phi_{1/2}(\eta) \qquad (17)$$

Avec la densité d'états effectives dans la bande de valence Nv est :

$$N_V = 2\left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$$

## 4. CAS D'UN SEMICONDUCTEUR NON DEGENERE :

Un semiconducteur non dégénéré est caractérisé par

$E >> F$ sa veut dire que $x >> \xi$

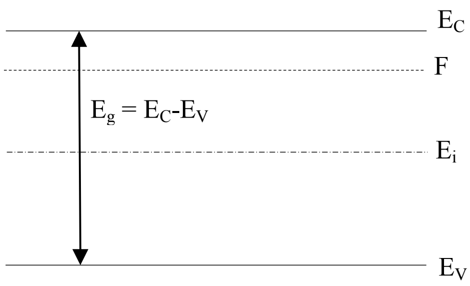



Fig.2. Semiconducteur non dégénéré

Donc $\Phi_{1/2}(\xi) = \int_0^\infty \exp(x - \xi) x^{1/2} dx$

$$\Phi_{1/2}(\xi) = \exp(\xi)\int_0^\infty x^{1/2}\exp(-x)dx$$

$$\Phi_{1/2}(\xi) = \exp(\xi)\frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Cette expression permet de réécrire l'équation (15) comme

$$n = 2\frac{N_C}{\sqrt{\pi}}\exp(\xi)\frac{\sqrt{\pi}}{2} = N_C \exp\left(\frac{F - E_C}{kT}\right)$$

$$n = N_C \exp\left(\frac{F - E_C}{kT}\right) \qquad (18)$$

Dans la bande de valence,

$$p = N_V \exp\left(\frac{E_V - F}{kT}\right) \qquad (19)$$

Dans un semiconducteur pur (intrinsèque) la concentration des électrons est égale à celle des trous donc :

$$n_i = n = p$$

$$n_i^2 = n.p = N_C N_V \exp(\frac{E_V - E_C}{kT})$$

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} \exp(\frac{-E_g}{2kT}) \qquad (20)$$

$E_g$ : la largeur de la bande interdite du semiconducteur (ou encore, le gap du semiconducteur)

La concentration intrinsèque peut être écrite d'une autre manière,

$$n_i = N_C \exp(\frac{F_i - E_C}{kT}) = N_V \exp(\frac{E_V - F_i}{kT})$$

Cette équation permet d'exprimer le niveau de Fermi intrinsèque $F_i$ :

$$F_i = \frac{E_C + E_V}{2} - \frac{kT}{2} Ln(\frac{N_C}{N_V}) = \frac{E_C + E_V}{2} - \frac{3kT}{4} Ln(\frac{m_n^*}{m_t^*}) \qquad (21)$$

La relation (21) montre que le niveau de Fermi intrinsèque est décalé par rapport au milieu de la bande interdite $\frac{E_C + E_V}{2}$, d'une quantité $\frac{3kT}{4} Ln(\frac{m_n^*}{m_t^*})$.

le niveau de Fermi n'est exactement au milieu de la band interdite que si est seulement si $m_n^* = m_t^*$. La quantité $\frac{3kT}{4} Ln(\frac{m_n^*}{m_t^*})$ est généralement assez petite, ce qui permet de supposer que dans un semiconducteur intrinsèque, le niveau de Fermi est au milieu de la band interdite.

## 5. SEMICONDUCTEUR EXTRINSEQUE :

Pour calculer la concentration n et p à partir des formules (18 et 19) il faut savoir la position du niveau de Fermi par rapport à l'énergie de l'électron E.

Soit un semiconducteur contenant des atomes donneurs de concentration $N_d$ et d'énergie $E_d$

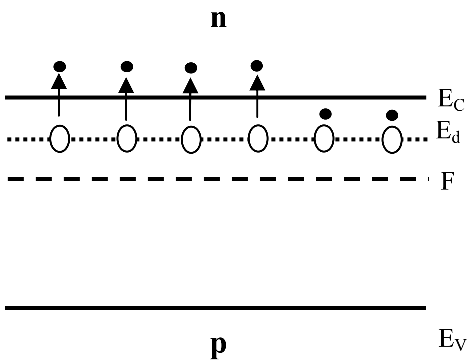



Fig.3. Semiconducteur de type **n**

L'équation de neutralité pour un semiconducteur est

$$\left(n + n_d\right) - \left(p + p_a\right) = N_d - N_a \qquad (22)$$

n et p sont les concentrations des électrons et trous dans les bandes de conduction et de valence.

$N_d$ et $N_a$ sont les concentrations des atomes donneurs et accepteurs.

$n_d$ et $p_a$ sont respectivement les concentrations des électrons et trous dans les niveaux donneurs et accepteurs.

Pour un semiconducteur de type n ($N_a$=0 et $p_a$=0) il nous reste que :

$$n + n_d - p = N_d \qquad (23)$$

Aux très basses températures, les seuls électrons qui sont dans la bande de conduction proviennent du niveau donneur sous l'effet de l'ionisation thermique. Par contre, et dans ces très basses température, les électrons de la bande de valence ne peuvent pas quitter leurs niveaux vers la bande de conduction c'est-à-dire : la concentration des trous p=0, alors l'équation de neutralité devient :

$$n + n_d = N_d \qquad (24)$$

Le calcule de $n_d$, la concentration des électrons sur le niveau donneur nécessite la fonction de distribution des électrons sur le niveau d'impuretés.

$$f_e = \frac{1}{\frac{1}{g_i}\exp\frac{E_i - F}{kT} + 1}$$

$g_i$: degré de dégénérescence du niveau d'impuretés

Pour $E_i$=$E_d$ (centre donneurs) alors $g_i$=2.

Pour $E_i$=$E_a$ (centre accepteurs) alors $g_i$=1/2.

Donc la fonction de distribution des électrons sur le niveau donneur $f_e^d$ est :

$$f_e^d = \frac{1}{\frac{1}{2}\exp\frac{E_d - F}{kT} + 1} \quad ,$$

Pour les trous sur le même niveau : $f_t^d = 1 - f_e^d$

La fonction de distribution des électrons sur le niveau accepteur $f_e^a$ est :

$$f_e^a = \frac{1}{2\exp\frac{E_a - F}{kT} + 1} \quad ,$$

Pour les trous sur le même niveau : $f_t^a = 1 - f_e^a$

Alors,

$$n_d = \frac{N_d}{\frac{1}{2}\exp\frac{E_d - F}{kT} + 1} \tag{25}$$

**5.1. Concentration des électrons aux basses températures :**

**a/ Aux très basses températures**

L'équation de neutralité,

$$n + n_d = N_d$$

$$n + \frac{N_d}{\frac{1}{2}\exp\frac{E_d - F}{kT} + 1} = N_d \Rightarrow n = \frac{N_d}{2\exp\frac{F - E_d}{kT} + 1}$$

L'équation (18) nous permet d'écrire

$$N_C \exp(\frac{F - E_C}{kT}) = \frac{N_d}{2\exp\frac{F - E_d}{kT} + 1} \tag{26}$$

Posons : $x = \exp(\frac{F}{kT})$ , L'équation (26) devient :

$$x^2 + (\frac{1}{2}\exp(\frac{E_d}{kT}))x - \frac{N_d}{2N_C}\exp(\frac{E_C + E_d}{kT}) = 0$$

La solution de cette équation est :

$$x = (\frac{1}{4}\exp\frac{E_d}{kT})Ln[\sqrt{1 + \frac{8N_d}{N_C}\exp(\frac{\Delta E_d}{kT})} - 1] \qquad (27)$$

avec $\Delta E_d = E_C - E_d$

Aux très basses températures (T↘) alors $N_C$ est très petite, alors $8N_d >> N_C$. D'autre part

$\Delta E_d >> kT$.

Donc, $\frac{8N_d}{N_C}\exp(\frac{\Delta E_d}{kT}) >> 1$, ce qui permet de simplifier l'expression de x (équation 27)

On trouve finalement le niveau de Fermi à partir de x comme :

$$F = \frac{E_C + E_d}{2} + \frac{kT}{2}Ln(\frac{N_d}{N_C})$$

Avec l'équation (18)

On trouve facilement :

$$n = \sqrt{\frac{N_C N_d}{2}}\exp(-\frac{\Delta E_d}{2kT}) \qquad (28)$$

La concentration des trous dans ce cas est exprimée à partir de la loi d'action de masse :

$$p = \frac{n_i^2}{n}$$

**b/ Températures modérées :**

Dans ce cas $N_C$ devient supérieur à $N_d$ (expression 27)

$\frac{8N_d}{N_C} << 1$ et $\exp(\frac{\Delta E_d}{kT})$ proche de l'unité

Alors,

$$\sqrt{1 + \frac{8N_d}{N_C}\exp(\frac{\Delta E_d}{kT})} \Leftrightarrow (1 + \varepsilon)^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}\varepsilon$$

d'où,

$$1+\frac{8N_d}{2N_C}\exp(\frac{\Delta E_d}{kT})-1=\frac{8N_d}{N_C}\exp(\frac{\Delta E_d}{kT})$$

En utilisant l'équation (27) comme précédemment, on peut arriver à exprimer F et n

$$F=E_C+kTLn\frac{N_d}{N_C}$$

Alors,

$$n=N_d \tag{29}$$

$$p=\frac{n_i^2}{n}=\frac{n_i^2}{N_d}$$

**5.2. Concentration des électrons aux températures élevées :**

Dans le domaine de haute température, $n_d \approx 0$ , et les trous commencent à apparaitre dans la bande de valence. L'équation de neutralité (23) devient :

$$n-p=N_d \tag{30}$$

On sait que,

$$n.p=n_i^2$$

Alors, $n-\frac{n_i^2}{n}=N_d \Rightarrow \quad n^2-N_d n_i^2-n_i^2=0$

$$n=\frac{N_d}{2}(1+\sqrt{\frac{4n_i^2}{N_d^2}+1})=N_C\exp(\frac{F-E_C}{kT})$$

Ce qui donne,

$$F=E_C+kTLn[\frac{N_d}{2N_C}(1+\sqrt{\frac{4n_i^2}{N_d^2}+1})]$$

**a/ Températures modérées :**

$$n_i << N_d$$

D'où,

$$F=E_C+kTLn(\frac{N_d}{N_C})$$

et,

$$n=N_C\exp(\frac{F-E_C}{kT})$$

$n = N_d$

**b/ Hautes températures :**

Dans ce cas : $n_i >> N_d$

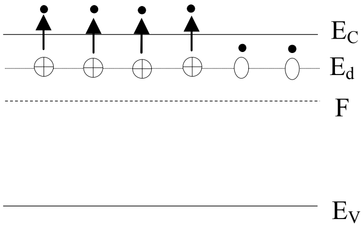
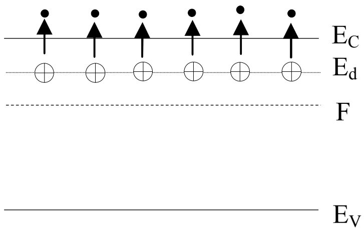
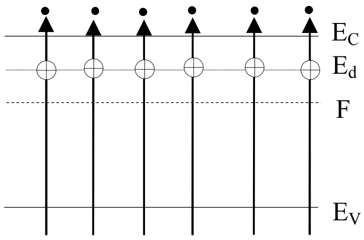
$F \approx E_C + kTLn(\frac{n_i}{N_C})$ on trouve,

$n = n_i$

En utilisant l'équation (17), on peut retrouver,

$$F = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2}Ln(\frac{N_V}{N_C})$$

Dans un semiconducteur extrinsèque non dégénéré, le nombre de porteurs varie considérablement avec la température, les trois régime distingué précédemment sont montrée dans le tableau suivant :

| | |
|---|---|
| <br>**Régime d'ionisation des impuretés** | La concentration électronique :<br>$n = \sqrt{\frac{N_C N_d}{2}} \exp(-\frac{\Delta E_d}{2kT})$<br>La concentration des trous<br>$p = \frac{n_i^2}{n}$ |
| <br>**Régime de saturation** | La concentration électronique :<br>$n = N_d$<br>La concentration des trous<br>$p = \frac{n_i^2}{n}$ |
| <br>**Régime intrinsèque** | La concentration électronique :<br>$n = n_i$<br>La concentration des trous<br>$p = n = n_i$ |

La figure suivante montre la variation de la concentration des électrons dans un semiconducteur, les trois régimes de température sont bien visibles.

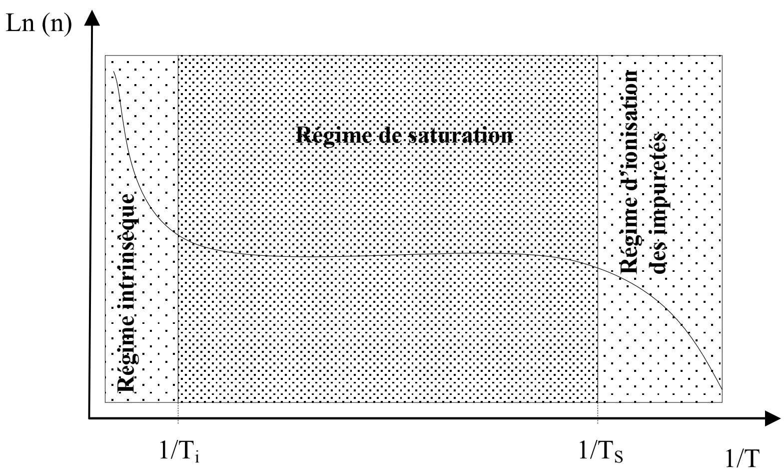



Fig 4. Concentration des électrons en fonction de la température

## EXERCICES

### Exercice 1

Quelle doit être à 300°K la différence minimale d'énergie entre le niveau $E_C$ et le niveau de fermie F pour qu'on puisse utiliser l'approximation $f_b(E) = \exp[-(E-F)/kT]$ à la place de la fonction de Fermi-Dirac et ne commettre qu'une erreur de 1%.

**Solution :**

$f_b(E) = \exp[-(E-F)/kT]$ (Distribution de Boltzmann)

$$f_n(E,F) = \frac{1}{1+\exp(\frac{E-F}{kT})} \quad \text{(Distribution de Fermi-Dirac)}$$

L'erreur r égale à :

$$|r| = \left|\frac{f_n - f_b}{f_n}\right| = \exp(\frac{E-F}{kT})$$

$$\mathrm{Ln}|r| = \frac{E-F}{kT}\ , \quad r = \frac{1}{100} \quad \Rightarrow \frac{E-F}{kT} = -2\mathrm{Ln}10$$

$$\Rightarrow \frac{F-E}{kT} = 2\mathrm{Ln}10 \Rightarrow F = E + 4.6kT$$

La valeur minimale de E est $E=E_C$ $\Rightarrow F - E_C = 4.6kT$

### EXERCICE 2

Soit un semiconducteur (n-Ge), on augmente la température à partir du 0°K, calculer la température à laquelle 10% des atomes donneurs sont ionisés. On donne $N_d = 10^{16} cm^{-3}, E_d = E_c - 0.01 eV$.

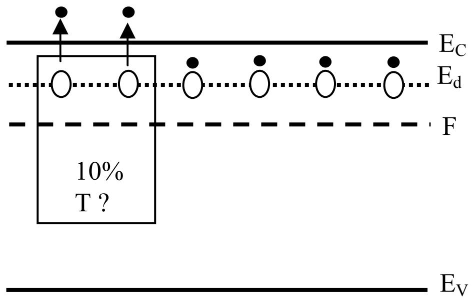
Solution

Aux basses températures l'expression qui donne la concentration des électrons n

est donné par l'équation (28):

$$n = \sqrt{\frac{N_C N_d}{2}} \exp(-\frac{\Delta E_d}{2kT})$$

La concentration des atomes donneurs est égale à $N_d$




On cherche la température T pour laquelle 10% des atomes sont ionisés, c'est-à-dire la température où $n = \frac{N_d}{10}$

$$\frac{N_d}{10} = \sqrt{\frac{N_C N_d}{2}} \exp(-\frac{\Delta E_d}{2kT})$$

$$\frac{N_d^2}{100} = \frac{N_C N_d}{2} \exp(-\frac{\Delta E_d}{kT})$$

$$\frac{N_d}{50} = N_C \exp(-\frac{\Delta E_d}{kT})$$

On a pour le Ge ( $m_n^* = 1.58 m_0$)

$$( N_C = 2.5 \times 10^{19} (\frac{m_n^*}{m_0})^{3/2} (\frac{T(°K)}{300})^{3/2} )$$

Après le calcule on trouve $N_C = aT^{3/2}$ où, a= 9.55 $10^5 cm^{-3}$

donc on peut écrire

$$\frac{N_d}{50} = aT^{3/2} \exp(-\frac{\Delta E_d}{kT})$$

$$Ln(\frac{N_d}{50a}) = \frac{3}{2} LnT - \frac{\Delta E_d}{kT}$$

Si on pose $\Delta E_d = kT_0 \quad T_0 = \frac{\Delta E_d}{k} =$

Alors la relation précedente peut écrire comme

$$Ln(\frac{N_d}{50a}) = \frac{3}{2} LnT - \frac{T_0}{T}$$

$$Ln(\frac{N_d}{50a}) = \frac{3}{2} Ln(\frac{T}{T_0}.T_0) - \frac{T_0}{T} -$$

$$Ln(\frac{N_d}{50aT_0^{3/2}}) = -\frac{3}{2} Ln(\frac{T_0}{T}) - \frac{T_0}{T}$$

Posons : $\frac{T_0}{T} = x$

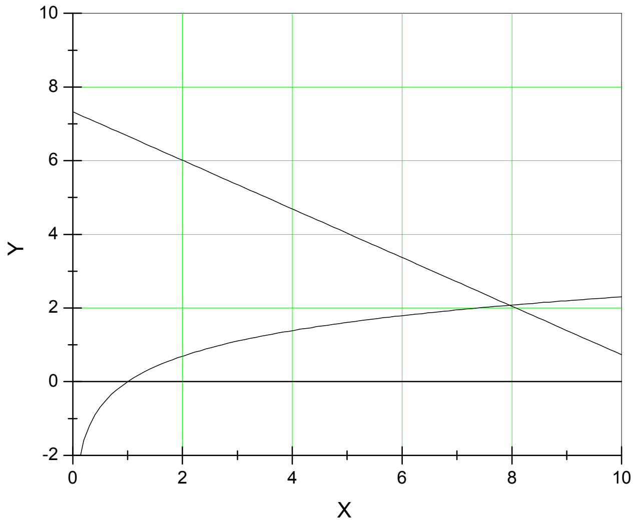
L'équation devient

$$\mathrm{Ln}\left(\frac{N_d}{50aT_0^{3/2}}\right) = -\frac{3}{2}\mathrm{Ln}(x) - x$$

A.N :

$$\mathrm{Ln}(x) = 7.33 - \frac{2}{3}x$$

La solution de cette équation est exprimée graphiquement comme suit :




Le point d'intersection entre $y = \mathrm{Ln}(x)$ et $y = 7.33 - \frac{2}{3}x$ est $x = 7.97$

Alors $\frac{T_0}{T} = 7.97 \Rightarrow$ $T = \frac{116}{7.97} = 14.55°K$

**Exercice 3**

Trouver la position du niveau de Fermi et la concentration en fonction de T dans de un semi-conducteur intrinsèque. Comment change la concentration si on augmente la température de 200 à 300K. On donne : $E_g$(eV) =0.785 - 4.10$^{-4}$ T.

**EXERCICE 4**

La concentration des électrons dans un semi-conducteur intrinsèque à 400K est 1.38 $10^{15}$ $cm^{-3}$ , calculer le produit des masses effectives des électrons et des trous si :

$Eg(eV) = 0.785 - 4 .10^{-4}\ T$ .

**EXERCICE 5**

Donner la liaison entre la concentration et le niveau Fermi dans un semi-conducteur si la loi - de dispersion est sous la forme de $E_n(k) = E_c + (1 - ak^2)\hbar^2k^2/2m_n$, a est constant

**EXERCICE 6**

Trouver l'intervalle de température dans lequel la concentration des électrons est constante est égale à la concentration des donneurs. Trouver les limites de cet intervalle dans le cas du Ge dopé avec une concentration de $210^{15}\,cm^{3}$ atomes donneurs qui constituent un niveau énergétique $E_d = E_c - 0.01eV$, si la largeur de la bande interdite change par la loi $E_g = 0.785 - 4.10^{4}\,TeV$.