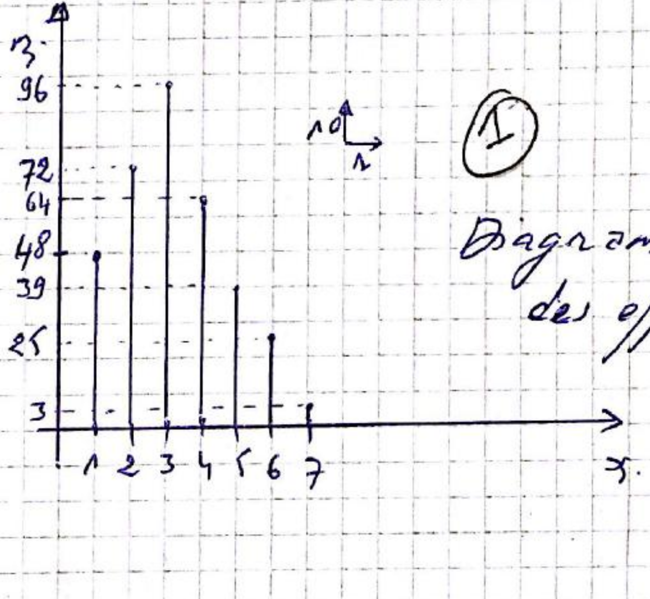
Corrigé de l'examen de remplacement de Biostatistiques

Exercice n° 01: (08,5 / 8,5)

1) La population étudiée est: Familles de la ville de Bejaia. (0,5)
Le caractère: nombre d'enfants par famille. (0,5)
Sa nature: quantitative discrète. (0,5)

2) Représentation graphique de la serie statistique:

x_i	n_i
1	48
2	72
3	96
4	64
5	39
6	25
7	3

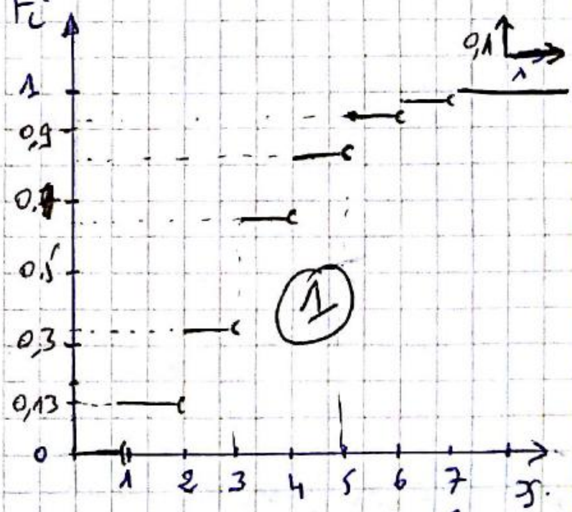


(1)

Diagramme en bâtons des effectifs

③

moins de x_i	N_i	F_i (%)
< 1	0	0 (0 %)
< 2	48	0,1383 (13,83 %)
< 3	120	0,3458 (34,58 %)
< 4	216	0,6224 (62,24 %)
< 5	280	0,8069 (80,69 %)
< 6	319	0,9193 (91,93 %)
< 7	344	0,9913 (99,13 %)
< x (avec x > 7)	347	1 (1) (100 %)



(1)

Diag. en escaliers des F_i

4) * La moyenne : $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum n_i x_i = 3,17579$ (0,5)

* La variance : $V(x) = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^2 - \bar{x}^2 = 2,15065$ (0,5)

et $\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = 1,46651$. (0,5)

5) * <u>Le mode</u> (le caractère le plus fréquent) est : 3 (0,5)

* <u>La médiane</u> : $M_e = x_{187} = 3$. (0,5)

* <u>Q_1</u> : $\frac{n}{4} = \frac{374}{4} = 86,75 \Rightarrow Q_1 = x_{87} = 2$ (0,5)

* Q_3 : $\frac{3n}{4} = 3 \times \frac{374}{4} = 260,25 \Rightarrow Q_3 = x_{261} = 4$ (0,5)

* L'intervalle interquartile est : $[Q_1 ; Q_3] = [2 ; 4]$. (0,5)

Exercice n° 02 : $\frac{4,5}{4,5}$

F : l'individu pris au hasard est une femme ;
H : " " " " un homme ; (1)
D : " " " est diabétique.

$P(F) = 0,4$; $P(D/F) = 0,25$;
$P(H) = 0,6$; $P(D/H) = 0,30$. (1)

1) $P(D) = P(F) \times P(D/F) + P(H) \times P(D/H) = (0,4 \times 0,25) + (0,6 \times 0,30)$
$= 0,1 + 0,18 = 0,28$. (1,5)

2) $P(F/D) = \frac{P(F) \times P(D/F)}{P(D)} = \frac{0,4 \times 0,25}{0,28} = 0,3571$. (1)

Exercice n° 03: $\frac{07,00}{7,00}$ $f(x) = \begin{cases} a(1-x), & si\ -1 \leq x \leq 1, \\ 0 & sinon. \end{cases}$

1) f est une densité de probabilité si les conditions suivantes sont vérifiées :

(i) $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ $(a \geq 0)$. 1

(ii) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1.$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \iff \int_{-1}^{1} a(1-x)\,dx = 1 \iff a\left(x - \frac{x^2}{2}\right)\Big]_{-1}^{1} = 1$$

$$\iff 2a = 1 \iff \boxed{a = \frac{1}{2}}$$ 1

Pour $a = \frac{1}{2}$, f est une densité de probabilité.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1-x) & si\ x \in [-1, 1], \\ 0 & sinon. \end{cases}$$ 0,5

2) $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx = \int_{-1}^{1} \frac{1}{2}(x - x^2)\,dx = \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{1}$ 1

$\Rightarrow E(X) = \frac{-1}{3}$ 0,5

$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \int_{-1}^{1} \frac{1}{2}(x^2 - x^3)\,dx - \left(\frac{-1}{3}\right)^2$ 1

$= \frac{1}{2}\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right]_{-1}^{1} - \frac{1}{9} = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$

$\Rightarrow V(X) = \frac{2}{9}$ 0,5

Scanned by CamScanner

3) $F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1 \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{3}{4} & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

1,5

Faculté des Sciences de la Nature et de la Vie
Département Tronc Commun
Deuxième Année

Examen de remplacement
Biostatistique
Durée : 2 H

Exercice 1 (8,5 pts) : Dans un quartier de la ville de Bejaia, on a relevé le nombre d'enfants par famille :

Nombre d'enfants	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de famille	48	72	96	64	39	25	3

1. Quelle est la population étudiée ? Préciser le caractère et sa nature.
2. Donner la représentation graphique de cette série statistique.
3. Dresser le tableau des fréquences relatives cumulées et sa représentation graphique.
4. Calculer la moyenne et l'écart-type de la série statistique.
5. Déterminer le mode, la médiane et l'intervalle interquartile.

Exercice 2 (4,5 pts) : Une population comporte 40% de femmes et 60% d'hommes. Dans cette population 25% des femmes et 30% des hommes sont diabétiques.

1. On prend une personne au hasard, quelle est la probabilité qu'elle soit diabétique ?
2. On suppose que la personne est diabétique, quelle est la probabilité qu'elle soit une femme ?

Exercice 3 (7 pts) : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} a.(1-x), & \text{si } -1 \leq x \leq 1\,; \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

où a est une constante réelle.

1. Pour quelle valeur de a la fonction f est une densité de probabilité ?
2. Déterminer dans ce cas l'espérance et la variance d'une variable aléatoire X, ayant f comme densité de probabilité.
3. Déterminer sa fonction de répartition.