**Université Ibn Tofail**
**Faculté des Sciences de Kénitra**
**Département de Physique**
**DESA- SCTI**

**Année Universitaire 2005-2006**

**Travaux Dirigés No. 2**
**(Traitement du Signal)**

**Exercice 1 :**

Trouver les coefficients de Fourier de :

**a-** $x(t)=\cos(w_0t)+\sin^2(w_0t)$ $(w_0=2\pi/T)$

**b-** $P_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-n.T)$ (peigne de Dirac de période T)

**Exercice 2:**

Soit un signal $y(t)=A[1+m.\cos(2\pi f_0t)]\sin(2\pi F.t)$ issu d'une modulation d'amplitude d'une porteuse $\sin(2\pi F.t)$ par le signal $\cos(2\pi\ f_0t)$, avec $f_0 \ll F$ et $0<m$(taux de modulation) $\leq 1$.

**a-** Tracer les spectres d'amplitudes et de phases de y(t).

**b-** Calculer la puissance moyenne

**Exercice 3 :**

Soit $x_p(t)$ un signal périodique de période $T=1/f_0$ défini par son motif $x_m(t)=\begin{cases} a & \text{si } 0<t<\frac{T}{2} \\ -a & \text{si } \frac{T}{2}<t<T \end{cases}$

**a-** Calculer les coefficients de Fourier de $x_p(t)$

**b-** En déduire leurs amplitudes et leurs phases.

**c-** Calculer la puissance moyenne de $x_p(t)$.

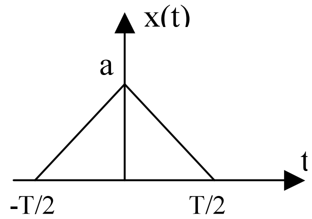
**d-** Si ce signal traverse un milieu linéaire de fréquence de coupure 20/T, combien d'harmoniques peut-on avoir à la sortie ? En déduire le taux de distorsion.

**e-** Calculer la fonction d'autocorrélation de $x_p(t)$.

**f-** En déduire les coefficients de Fourier des signaux périodiques (T période) suivants :

$x_1(t)=\begin{cases} a & \text{si } 0<t<\frac{T}{2} \\ 0 & \text{si } \frac{T}{2}<t<T \end{cases}$ et $x_2(t)=\begin{cases} a & \text{si } -\frac{T}{2}<t<0 \\ -a & \text{si } 0<t<\frac{T}{2} \end{cases}$

**Exercice 4 :**




**a-** Donner l'expression de x(t).

**b-** Donner la valeur de a pour que l'air de x(t) soit égale à l'unité.

**c-** Pour $b\neq 0$, tracer x(b.t) et comparer avec le signal x(t) dans les deux cas $|b|>1$ et $|b|<1$.

**d-** En supposant que x(t) est le motif d'un signal périodique $x_p(t)$, décomposer $x_p(t)$ en série de Fourier.

**Exercice 5 :**

Calculer les TF des signaux suivants :

**a-** Impulsion de Dirac en utilisant son approximation par une fenêtre rectangulaire vue en cours.

**b-** Fenêtre rectangulaire non centrée d'amplitude A et de durée T. $x(t)=\begin{cases} A & \text{si } 0<t<T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

**c-** $x(t)=\sin(t)/t$, en déduire la valeur de $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin^2(t)}{t^2}dt$

**d-** $x(t)=A.\Lambda_T(t)$ (fenêtre triangle centrée de durée T et d'amplitude A),

**e-** $y(t)=x(t)\cos(2\pi f_0t)$ en fonction de $X(f)=TF[x(t)]$ (application troncature $x(t)=rect_T(t)$)

**f-** $x(t)=\cos(\pi f_0.t)\cos(3\pi f_0.t)$

**g-** $x(t)=\delta(t-t_0)$, $x(t)=1 \ \forall t\in IR$ et $x(t)=\exp(-2j\pi t.f_0) \ \forall t\in IR$

**h-** $P_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-n.T)$

**i-** $x(t)=\text{signe}(t)$, $x(t)=1/t$ (sachant $TF[\Gamma(t)]=\frac{\delta(f)}{2}+\frac{1}{2j\pi f}$)

**j-** $x(t)=\exp(-\tau t)$

**Exercice 6**:

sachant $X(f)=[rect_B(f-f_0)+rect_B(f+f_0)]/2$, trouver x(t)

**Exercice 7**:

Montrer que :

**a-** $TF[xp(t)]=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}X_m(\frac{n}{T})\delta(f-\frac{n}{T})$ où $x_p(t)$ signal périodique de période T dont le motif $x_m(t)$ a pour spectre $X_m(f)$,

**b-** en déduire la formule sommatoire de Poisson et que $\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x(k.T)=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}X(\frac{n}{T})$

**c-** Application, calculer TF de $x_p(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}rect_\theta(t-nT)$ ($\theta<T$)

en déduire celle du signal $x(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}rect_\theta(t-nT).\cos(2\pi f_0 t)$ (modulation d'amplitude par impulsion)

**Exercice 8:**

**a-**montrer que le spectre d'un signal limité est illimité.
**b-**Montrer si x(t) a un spectre limité alors y(t)=x(t)*h(t) est aussi à spectre limité quelque soit h(t).