# Chapitre V. THEORIE DES MACHINES ASYNCHRONES (MACHINES A INDUCTION)

## V-1. Définition

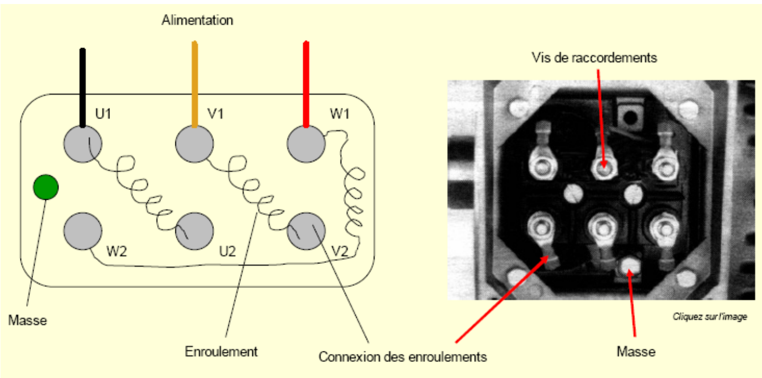
On appelle machine asynchrone, une machine électrique de vitesse variable, à courant alternatif, qui à 2 enroulements dont un seul (le primaire) est alimenté par un réseau électrique de pulsation ω ; alors que la 2$^{ème}$ (le secondaire) est fermé sur lui-même ou sur des résistances électriques, généralement ce type de machines est plus utilisée en moteur asynchrone (en triphasé).

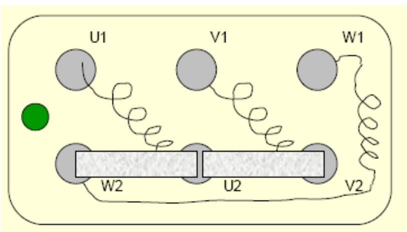
## V-2. Constitution du moteur asynchrone

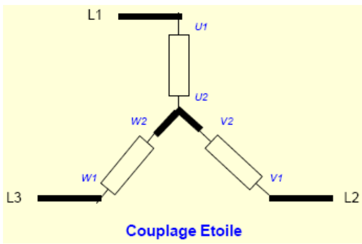
Ce type de moteur est basé sur l'enroulement d'une masse métallique par l'action d'un champ tournant et comportant 2 armatures coaxiales l'une est fixe appelée *stator* et l'autre est mobile appelée *rotor* ; entre les 2 armatures il y a l'entrefer.

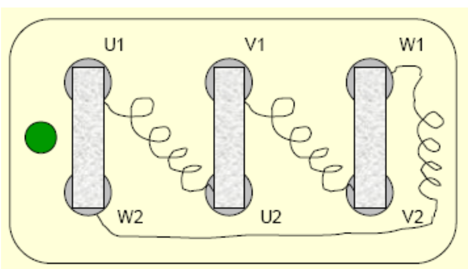
### V-2-1. Stator (inducteur)

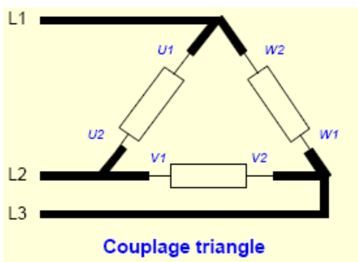
C'est un anneau de tôles encoché à l'intérieur et portant un enroulement triphasé semblable à celui d'une machine synchrone. Cet enroulement est presque toujours relié à la source d'alimentation, il constitue le primaire. L'enroulement est alimenté en triphasé par l'intermédiaire de la plaque à bornes de la machine, ce qui le permet de l'alimenter en couplage d ou en Δ (figure suivante).



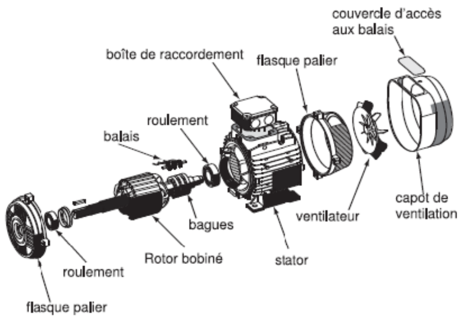



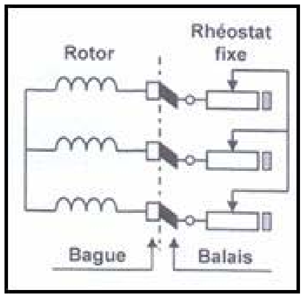
### V-2-2. Rotor (induit)

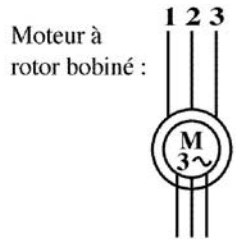
C'est un anneau de tôles rainuré à l'extérieur, concentrique au stator et séparé de lui par un entrefer constant. Le rotor porte un enroulement polyphasé mis en court-circuit constituant ainsi le secondaire. Le courant dans ses enroulements est induit uniquement par le champ statorique, car le rotor n'est lié à aucune source électrique extérieure ; on distingue 2 types de rotor :

#### a- Rotor à bagues (rotor bobiné)

C'est un rotor à pôles lisses qui comporte dans ses rainures, un enroulement identique à celui du stator. Le couplage de cet enroulement est toujours en étoile, le centre de l'étoile n'est pas accessible mais les 3 extrémités libres sont reliées à 3 bagues calées sur l'arbre (bobinage triphasé) sur laquelle appuyant 03 balais (charbon) pour avoir accès aux phases rotoriques par l'intermédiaire d'un rhéostat qui est utilisé pour assurer les meilleures conditions du démarrage.



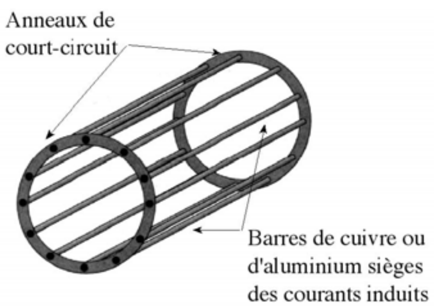



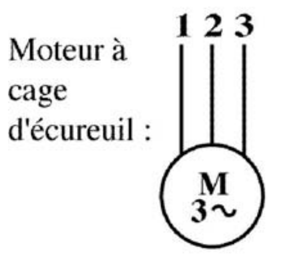

#### b- Rotor à cage d'écureuil (rotor en court-circuit)

L'enroulement est remplacé par des barres en cuivre ou en aluminium logées dans des encoches et réunies à leurs extrémités par 2 couronnes en cuivre ou en Aluminium. Généralement, ces barres sont inclinées afin de réduire les harmoniques de dentures.

Le courant qui passe par une barre revient par la barre situé à une distance polaire et il n'est pas nécessaire d'isoler les barres de la masse du rotor, car les courants induits s'établissent surtout dans les barres (résistivités différentes : beaucoup plus faible pour le cuivre).

Par comparaison avec les moteurs à bagues, les moteurs à cage ont l'avantage d'être robuste et de coût beaucoup plus faible ; mais ils présentent l'inconvénient qui est l'impossibilité de faire varier la résistance du rotor, ce qui rend défavorable les conditions de démarrages avec la tension du réseau.



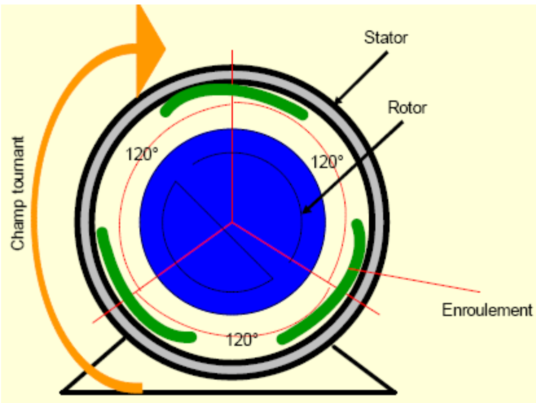
## V-3. Principe de fonctionnement

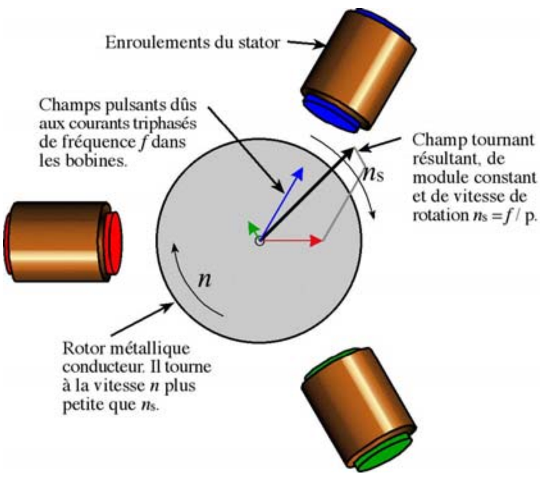
L'enroulement statorique (primaire) reçoit de l'énergie électrique du réseau de pulsation ω , ce qui crée un champ tournant à la vitesse angulaire synchrone $\Omega = \frac{\omega}{P}$ (voir théorème de Maurice Leblanc) ; ce champ, en balayant les enroulements rotoriques (secondaires) y induit des f.e.m et donc des courants, car les spires sont fermées sur elles-mêmes. Ces courants induits produiront à leur tour un champ qui sera de sens opposé au champ du stator (d'après la loi de Lenz : la f.e.m induite tend à s'opposer à la cause qui l'a produite).

La réaction du courant secondaire sur le champ primaire provoquera un couple moteur qui entrainera la mise en mouvement du rotor dans les sens du champ tournant primaire. A fin et à mesure que le rotor augmentera sa vitesse de rotation, la différence entre la vitesse angulaire du champ tournant et la vitesse angulaire du rotor diminuera. Et la pulsation des courants secondaires diminuera aussi :

$\omega' = \omega - \omega_1$ $\omega$: pulsation du champ statorique.

$\omega_1$ : vitesse (mécanique) de rotor.




## V-4. Bobinages du stator et du rotor

Pour le rotor à bagues, l'enroulement du rotor ne diffère pas de l'enroulement du stator.
La différence c'est que les extrémités de l'enroulement stator aboutissent à des bornes, par contre les extrémités de l'enroulement rotoriques aboutissent à des bagues.

**Remarque :**

Tous les modes d'enroulements que nous avons décrits à propos des machines synchrones sont valables et applicables aux enroulements statoriques et rotoriques des machines asynchrones.

## V-5. Vitesse du moteur asynchrone

### V-5-1. Définition du glissement

Soit $n_S$ : la vitesse de rotation du champ tournant ou vitesse de synchronisme : $n_S = \frac{60f}{P}$

n : la vitesse de rotation du rotor (mécanique) ; le glissement est définit par :

$$g = \frac{n_s - n}{n_s} \text{x}100 \quad [\%]$$

Cette valeur relative précise la rapidité du glissement de l'onde de champ statorique par rapport au rotor.

### V-5-2. Régime de fonctionnement d'une machine asynchrone

#### a- Fonctionnement en moteur :

$$g = \frac{n_s - n}{n_s}$$

<u>Cas limites</u> :

- au synchronisme $n_s = n$ donc : $g = 0$
- au démarrage $n = 0$ donc : $g = 1$

Ce qui donne : $1 > g > 0$

Pour le fonctionnement moteur n est en retard par rapport à $n_s$ ($n<n_s$)

#### b- Fonctionnement génératrice :

$$g = \frac{n_s - n}{n_s}$$

<u>Cas limites</u> :

- au synchronisme $n_s = n$ donc : $g = 0$
- lorsque la vitesse dépasse la vitesse de synchronisme $n \to +\infty$ donc : $g \to -\infty$

n sera en avance par rapport à $n_s$ car le rotor est entrainé par un moteur d'entrainement.

$n>n_s$ donc $g < 0$

#### c- Fonctionnement en frein électrique :

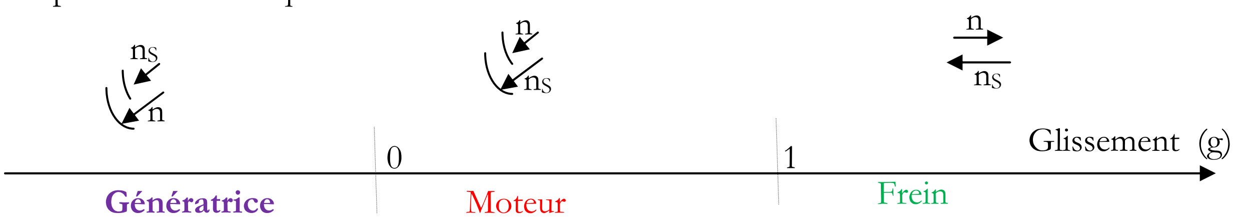
La machine fonctionne en frein, lorsque la vitesse n est négative par rapport à $n_s$ ; c'est-à-dire que le rotor tourne dans le sens inverse par rapport au champ tournant statorique.

<u>Cas limites</u> :

- à l'arrêt $n = 0$ donc : $g = 1$
- lorsque la vitesse dépasse la vitesse de synchronisme $n \to -\infty$ donc : $g \to +\infty$

ce qui donne : $g \geq 1$

On peut résumer ce qui suit :




## V-6. Fonctionnement à vide

### V-6-1. Courant à vide

Raisonnons sur un moteur asynchrone triphasé à bagues. Supposons que le rotor est à l'arrêt et les bagues sont ouvertes. En démarrant le stator, on aura un champ tournant statorique, prélevant du réseau un courant très faible qu'on appelle courant à vide $I_0$ ; qui sera en phase avec le flux : $(N_1\overrightarrow{I_0} = R\vec{\phi})$

Soient : $V_1$ : la tension du réseau (simple).

$I_0$ : courant à vide par phase.

$L_1$ : inductance cyclique du moteur $X=L\omega$

Si on néglige les pertes on aura : $V_1=L_1\omega I_0$ donc : $I_0 = \frac{V_1}{L_1\omega}$

### V-6-2. f.e.m induite par phase du stator :

Soit $\phi=\phi_0 \sin \omega t$ : le flux qui traverse chaque spire du stator ; la f.e.m induite par phase a pour expression :

$e = -\frac{Nd\phi}{dt} = -N_1\phi\omega\cos\omega t$ avec $N_1$ : nombre de spires statorique.

$E_1 = \frac{N_1\phi\omega}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{1}}{\sqrt{2}}N_1\phi f \rightarrow E_1 = 4{,}44N_1 f\phi.$

**Remarque :**

1- C'est la même formule que pour le primaire d'un transformateur.
2- Cette f.e.m est théorique, si on veut calculer la f.e.m réelle on doit la multiplier par le coefficient de bobinage. (étudié pour les machines synchrones).

### V-6-3. f.e.m induite dans le rotor par le champ tournant du stator

Etudions les 2 cas suivants:

a- **Rotor immobile :**

Cette f.e.m est identique à celle qui est induite au stator, elle aura pour expression : $E_{20}=4{,}44\ N_2 f\phi$ avec : $N_2$=nombre de spires dans le rotor.
Dans ces conditions le moteur asynchrone se comporte exactement comme un transformateur parfait dont le rapport de transformation est : $m = \frac{E_{20}}{E_1} = \frac{N_2}{N_1}$

b- **Rotor en rotation (mouvement) :**

Soient :

- $f_1$ : la fréquence du réseau (donc du champ statorique) $n_S = \frac{60f_1}{P}$
- $f_2$ : la fréquence du courant induit dans le rotor (donc du champ rotorique)

$n_2 = \frac{60f_2}{P}$

Si n : la vitesse de rotation du rotor (mécanique)

$n_2 = n_s - n$ : vitesse relative du champ tournant par rapport au rotor.

Le glissement est : $g = \frac{n_s-n}{n_s} = \frac{n_2}{n_s}$, donc : $n_2 = gn_s$, ce qui donne : $\frac{60f_2}{P} = g\frac{60f_1}{P}$

D'où : $f_2 = gf_1$

La f.e.m sera alors : $E_2=4{,}44\ f_2 .N_2\phi=4{,}44gf_1N_2\phi$ d'où : $E_2=gE_{20}$

**Remarque :**

Rotor est immobile : $g = 1$, donc : $f_2 = f_1 = f$, on aura : $E_2= 4{,}44\ N_2f\phi= E_{20}$

## V-7. Fonctionnement en charge

Mettons les bagues du rotor en court circuit ; le rotor est entrainé sa vitesse normale. La tension induite $E_2$ par le champ tournant statorique $\overrightarrow{B_1}$ va engendrer dans le rotor des courants de fréquence $gf_1$ ; ces courants vont engendrer à leur tour un champ tournant rotorique $\overrightarrow{B_2}$ de fréquence $gf_1$ par rapport au rotor, ou bien de fréquence $f_1$ par rapport au stator.

$n_s = \frac{60f_1}{P}$ donc : $g = \frac{n_s-n}{n_s} = \frac{n_2}{n_s}$

n : vitesse du rotor par rapport au stator.

$n_s$ : vitesse du champ statorique.
$n_2$ : vitesse du champ rotorique par rapport au rotor.
La vitesse du champ $\overrightarrow{B_2}$ par rapport au stator sera : $n_2+n=n_s-n+n=n_s$.
Donc le champ $\overrightarrow{B_2}$ tourne avec la même vitesse $n_s$ par rapport au stator (condition pour avoir un couple).

Les 2 champs $\overrightarrow{B_1}$ *et* $\overrightarrow{B_2}$ se superposent et on aura un champ résultant $\overrightarrow{B_r} = \overrightarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2}$, ce champ produit dans chacune des spires du stator et du rotor un flux alternatif $\phi$.
En négligeant la résistance et l'inductance de fuites dans les phases du stator on aura :
$V_1 \simeq E_1 = 4{,}44 f N_1 \phi$.

**Conclusion :**
Quelle que soit la charge de la machine, et pour une tension statorique $V_1$=constante ; le flux est toujours constant.

**Relation entre courant à vide et le courant en charge**

- F.M.M à vide $F_0=R\phi=N_1I_0$
  $N_1$ : nombre de spire du stator et $I_0$ : courant à vide circulant dans l'enroulement statorique.
- F.M.M en charge $F=R\phi=N_1I_1+N_2I_2$ (même flux car V=Constante donc $\phi$=constante).
  $I_1$: courant circulant dans l'enroulement statorique en charge, $N_2$ : nombre de spires du rotor du moteur et $I_2$ : courant circulant dans l'enroulement rotorique

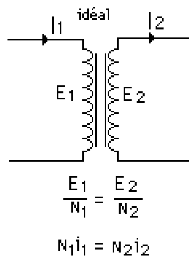
$R\phi$=constante donc : $\vec{F_0} = \vec{F}$, ce qui donne : $N_1\overrightarrow{I_0} = N_1\overrightarrow{I_1} + N_2\vec{I_2}$

$\overrightarrow{I_0} = \overrightarrow{I_1} + \frac{N_2}{N_1}\overrightarrow{I_2}$ d'où : $\overrightarrow{I_1} = \overrightarrow{I_0} - \frac{N_2}{N_1}\vec{I_2}$ ;
Si nous posons $\frac{N_2}{N_1} = m$ et $\overrightarrow{I'_2} = -m\overrightarrow{I_2}$ ; ce qui donne :
$\overrightarrow{I_1} = \overrightarrow{I_0} + \overrightarrow{I'_2}$ c'est la même relation d'un transformateur.

## V-8. Circuit équivalent

### V-8-1. Machine à l'arrêt

A l'arrêt un moteur asynchrone se comporte exactement comme un transformateur dont l'enroulement secondaire a comme résistance $R_2$ et une réactance $X_2 = L_2\omega_2$
$\omega_1=\omega_2=2\pi f$.




$E_{20} = Z_2I_2$

### V-8-2. Machine en marche normale

- La fréquence des courants statoriques f.
- La fréquence des courants rotoriques $f_2=gf$

En charge, il ya un courant qui circule dans l'enroulement rotorique $I_2$ qui se calcule par $I_2 = \frac{E_2}{Z_2}$ avec $Z_2=R_2+jL_2\omega_2=R_2+jx_2$
$\overrightarrow{E_2} = \overrightarrow{Z_2}\,\overrightarrow{I_2}$ : $\overrightarrow{E_2}$ : f.e.m en charge dans le rotor (rotor en mouvement).

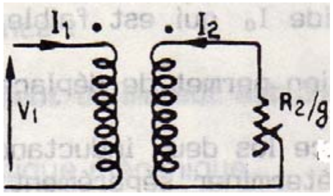
$x_2=L_2\omega_2=L_2.2\pi f_2=L_2 2\pi g f_1=gX_2$ avec : $X_2=L_2\omega$

On a $E_2=gE_{20}$, ce qui donne :

$I_2=\frac{E_2}{\sqrt{R_2^2+(x_2)^2}}=\frac{gE_{20}}{\sqrt{R_2^2+(gX_2)^2}}$ ce qui donne: $I_2=\frac{E_{20}}{\sqrt{(\frac{R_2}{g})^2+X_2^2}}$

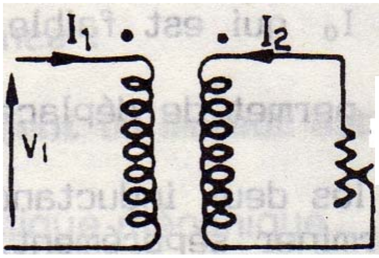
## Conclusion :

Le moteur asynchrone est équivalent à un transformateur statique dont le secondaire est supposé sans résistance et de réactance $X_2$ alimentant une charge variable $(\frac{R_2}{g})$




**Remarque :**

Si on tient couple de la résistance rotorique, la charge sera : $\left(\frac{R_2}{g}-R_2\right)=R_2(\frac{1-g}{g})$




$R_2(\frac{1-g}{g})$

### V-8-3. Rappel du circuit équivalent d'un transformateur :

Les équations du transformateur :

Primaire (récepteur) : $\vec{U_1}=-\vec{E_1}+Z_1\vec{I_1}$

Secondaire (générateur) : $\vec{E_2}=\vec{U_2}+Z_2\vec{I_2}$ on a $\vec{I_1}=\vec{I_0}+\vec{I'}_2$ $\vec{I'}_2=-m\vec{I_2}$

$m=\frac{N_2}{N_1}=\frac{E_2}{E_1}$ $\vec{E_1}=\frac{\vec{E_2}}{m}$

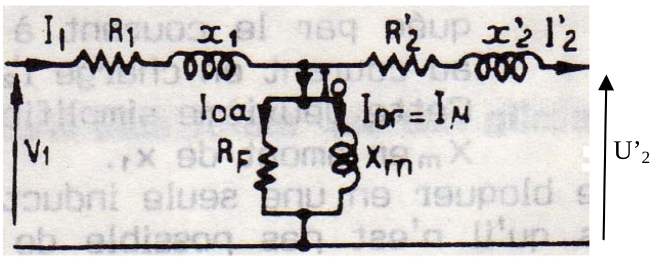
En combinant les deux équations du transformateur, et en posant : $\vec{U'}_2=-\frac{1}{m}\vec{U_2}$ ;

$R'_2=\frac{R_2}{m^2}$ et $L'_2=\frac{L_2}{m^2}$, on aura :

$\vec{U_1}=\vec{U'}_2+(R_1+jL_1\omega)\vec{I_0}+(R_1+R'_2)\vec{I'}_2+j(L_1+L'_2)\omega.\vec{I'}_2$, ce qui donne :

$\vec{U_1}=\vec{U'}_2+(R_1+jL_1\omega)\vec{I_1}+(R'_2+L'_2\omega)I'_2$

Le circuit équivalent correspondant à cette dernière équation c'est-à-dire le secondaire ramené au primaire est le suivant :




Le courant à vide $I_0$ se divise en 2 branches, l'une $R_F$ absorbe la composante active qui est due aux pertes dans le fer ; l'autre $X_m$ absorbe la composante réactive qui est nécessaire pour entretenir le flux.

### V-8-4. Circuit équivalent du moteur asynchrone

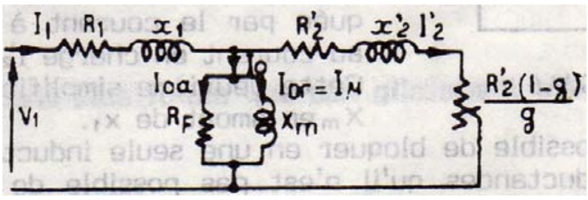
Le moteur asynchrone est équivalent à un transformateur dont le circuit équivalent est établie de telle façon à ramener les éléments rotoriques au stator avec :

$R'_2 = \frac{R_2}{m^2}$ résistance rotorique ramenée au stator avec : $m = \frac{N_2}{N_1}$

$L'_2 = \frac{L_2}{m^2}$ inductance rotorique ramenée au stator

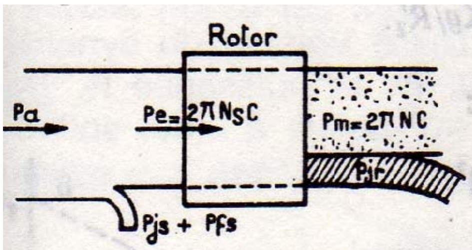
$E'_{20} = -\frac{1}{m}E_{20}$ f.e.m induite dans le rotor ramenée au stator :

Le circuit équivalent sera alors :




## V-9. Bilan énergétique d'un moteur asynchrone

### V-9-1. Puissances




Le moteur absorbe du réseau la puissance $P_a=3.V.I_1.\cos\varphi_1$ ; à travers les bornes statoriques ; une partie de cette puissance(1 à 2 %) est perdue dans le stator sous forme de pertes fer (pertes magnétiques) $P_f$ et de pertes dans le cuivre due à l'effet joules $P_{jst}$ ($P_{js}=3RI^2$).

La puissance restante ($P_e$.) est alors transmise au rotor par le champ tournant sous forme de puissance électromagnétique.

$$P_e = P_a - (P_{jst} + P_{fst}) \simeq P_a$$

Le rotor utilise cette puissance $P_e$ pour 2 utilisations :

- Une partie est gaspillée sous forme de pertes par effet joules rotoriques ($P_{rot}$).
- L'autre partie se retrouve sous forme de puissance mécanique, qu'on appelle puissance utile ($P_u$) disponible à l'arbre du moteur

$P_e=P_u+P_{rot}$

On peut négliger d'une part, les pertes fer rotoriques car elles dépendent de la fréquence rotorique qui est très faible et d'autres part les pertes mécaniques.

### V-9-2. Pertes rotoriques d'un moteur asynchrone

Soit C : couple utile sur l'arbre du moteur qui est dû à l'action des champs statoriques et rotoriques.

Soit n : la vitesse mécanique du rotor $P_u = 2\pi nc$ la puissance électromagnétique $P_e= 2\pi n_s c$

les pertes dans le rotor :$p_{rot} =P_e-P_u=2\pi c(n_s-n)$

$g = \frac{n_s-n}{n_s}$ $n_s - n = gn_s$ ; on remplace dans $p_{rot} = 2\pi cgn_s = g.P_e$ d'où : $p_{rot} = gP_e$

### V-9-3. Calcul du rendement d'un moteur asynchrone

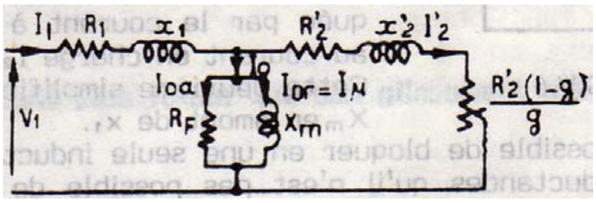
Comme le rendement est calculé d'après : $\eta = \frac{P_U}{P_a} = \frac{P_U}{P_e}$ (pertes statoriques négligeables)

$\eta = \frac{P_U}{P_e} = \frac{2\pi n c}{2\pi n_S c} = \frac{n}{n_S}$

$g = \frac{n_s - n}{n_s}$ donc : $g = 1 - \frac{n}{n_s}$ d'où : $\eta = 1 - g$

## V-10. Caractéristiques mécanique

Pour simplifier posons $I_0 \simeq 0$, comme $\overrightarrow{I_1} = \overrightarrow{I_0} + \overrightarrow{I'_2}$ donc : $\overrightarrow{I_1} \simeq \overrightarrow{I'_2}$




D'après le schéma précédant : $I_1 = I'_2 = \frac{V_1}{\sqrt{(R_1 + \frac{R'_2}{g})^2 + (X_1 + X'_2)^2}}$

**Analyse du circuit équivalent simplifié :**

- D'après le schéma, on peut considérer les pertes dans le rotor par $P_{rot} = 3R'_2 I'^2_2$
- La puissance utile $P_u$ (puissance mécanique) $P_u = \frac{3R'_2(1-g)}{g} I'^2_2$
- La puissance électromagnétique transmise $P_e = P_u + P_{rot}$

$P_e = 3\left(\frac{R'_2(1-g)}{g} + R'_2\right) I'^2_2$ ce qui entraine à : $P_e = \frac{3R'_2}{g} I'^2_2$

### V-10-1. Calcul du couple

$C_e = \frac{pP_e}{\omega} = \frac{p}{\omega} \cdot \frac{3R'_2}{g} I'^2_2$ , comme $I'_2 = \frac{V_1}{\sqrt{(R_1 + \frac{R'_2}{g})^2 + (X_1 + X'_2)^2}}$

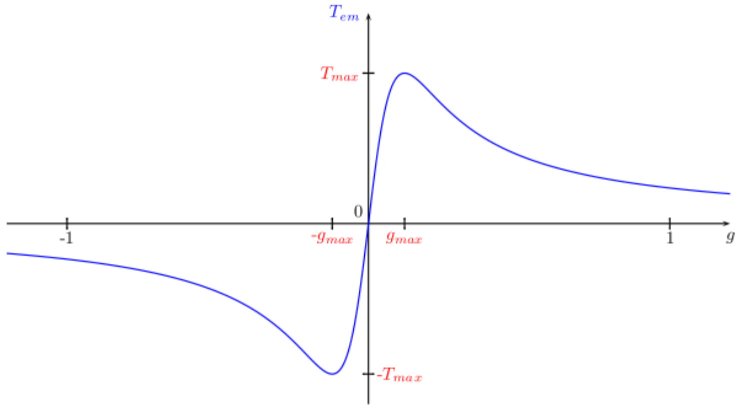
$$C_e = \frac{3pR'_2}{\omega g} \cdot \frac{V_1^2}{\left\{\left(R_1 + \frac{R'_2}{g}\right)^2 + (X_1 + X'_2)^2\right\}}$$

- Posons $X_1 + X'_2 = X'$ : réactance cyclique de fuites total ramenée au primaire.
- Négligeons $R_1 \simeq 0$ car $\frac{R'_2}{g} >> R_1$

  Ce qui donne : $c = \frac{3p \cdot \frac{R'_2}{g} V_1^2}{\omega\left[\left(\frac{R'_2}{g}\right)^2 + X'^2\right]}$

D'après cette relation précédente, on voit que le couple c varie en fonction du glissement g (donc de la vitesse n) et *la caractéristique mécanique* sera C=f(g) ou C=f(n).

- Au démarrage n=0 donc : g=1, le couple de démarrage ou de décollage peut être calculé par : $C_d = \frac{3pR'_2 V_1^2}{\omega[R'^2_2 + X'^2]} = cte$
- On peut calculer le couple maximal par : $\frac{dc}{dg} = 0$, ce qui donne : $g_{citique} = \frac{R'_2}{X'}$, le couple maximal sera alors : $C_M = \frac{3pV_1^2}{2\omega X'}$




**Remarques :**

1- La courbe c(g) présente 2 branches, l'une stable comprise entre g=0 et $g_{crit}$ ; l'autre partie est instable $g_{crit} \leq g \leq 1$

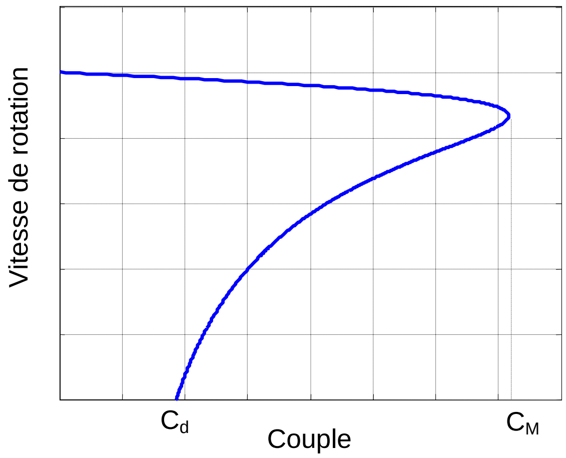
Si le couple dépasse $C_M$ ; le moteur s'arrête (il décroche).

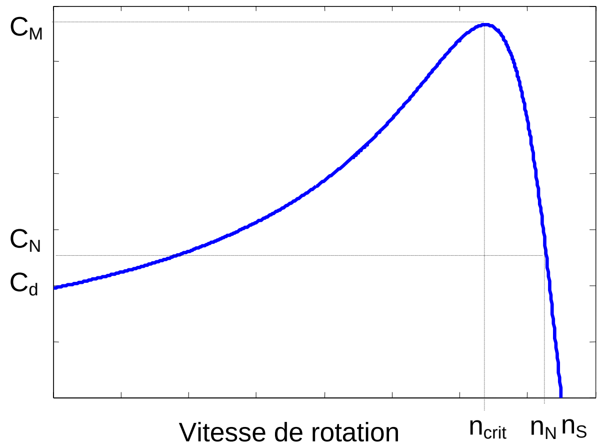
2- Le moteur asynchrone peut supporter des surcharges de courtes durée qui correspond à un couple normal 0,2 $C_M \leq C_M \leq 0{,}4\ C_M$

3- Puisque $C_M = \frac{3pV_1^2}{2\omega X'}$ est indépendant de la résistance R'$_2$ ; on peut augmenter $g_{crit}$ en augmentant la résistance R'$_2$ sans faire changer ce couple maximal $(g_{crit} = \frac{R'_2}{X'})$.

4- Le couple $C_M = \frac{3pV_1^2}{2\omega X'}$ est proportionnel directement (sensible) à la tension d'alimentation $V_1$ ; par contre pour le moteur synchrone $C_M = \frac{3pE_0V}{\omega X_{syn}}$

5- On peut représenter la caractéristique mécanique par n=f(c), ou encore C=f(n).




6- Formule de Kloss :

L'expression du couple en fonction du glissement : $c = \frac{3p.\frac{R'_2}{g}V_1^2}{\omega[\left(\frac{R'_2}{g}\right)^2 + X'^2]}$,

le couple maximal a comme expression : $C_M = \frac{3pV_1^2}{2\omega X'}$

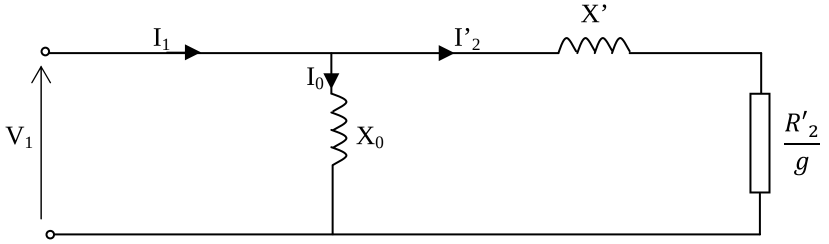
$$\frac{C}{C_M} = \frac{3p.\frac{R'_2}{g}V_1^2}{\omega[\left(\frac{R'_2}{g}\right)^2 + X'^2]} \cdot \frac{2\omega X'}{3pV_1^2} = \frac{2\frac{R'_2}{g}X'}{[\left(\frac{R'_2}{g}\right)^2 + X'^2]}$$

Puisque : $g_{crit} = \frac{R'_2}{X'}$, on aura : $\boxed{K_m = \frac{C}{C_M} = \frac{2}{\frac{g_{crit}}{g} + \frac{g}{g_{crit}}}}$ : c'est la formule de Kloss.

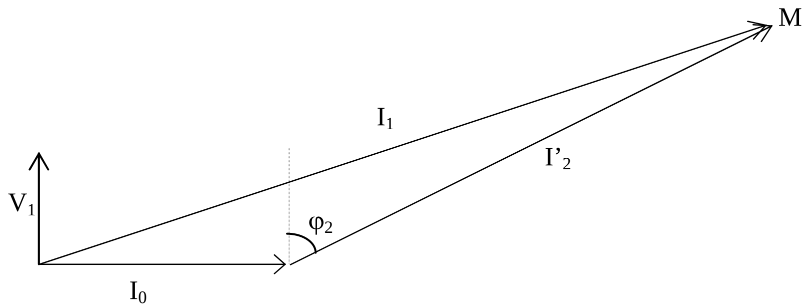
## V-11. Diagramme du cercle

### V-11-1. Diagramme de cercle simplifié

Soit le circuit équivalent simplifié ;(circuit rotorique ramené au primaire). On néglige $R_1$ et $X_1I_0$ et les pertes fer ($R_F \simeq 0$).



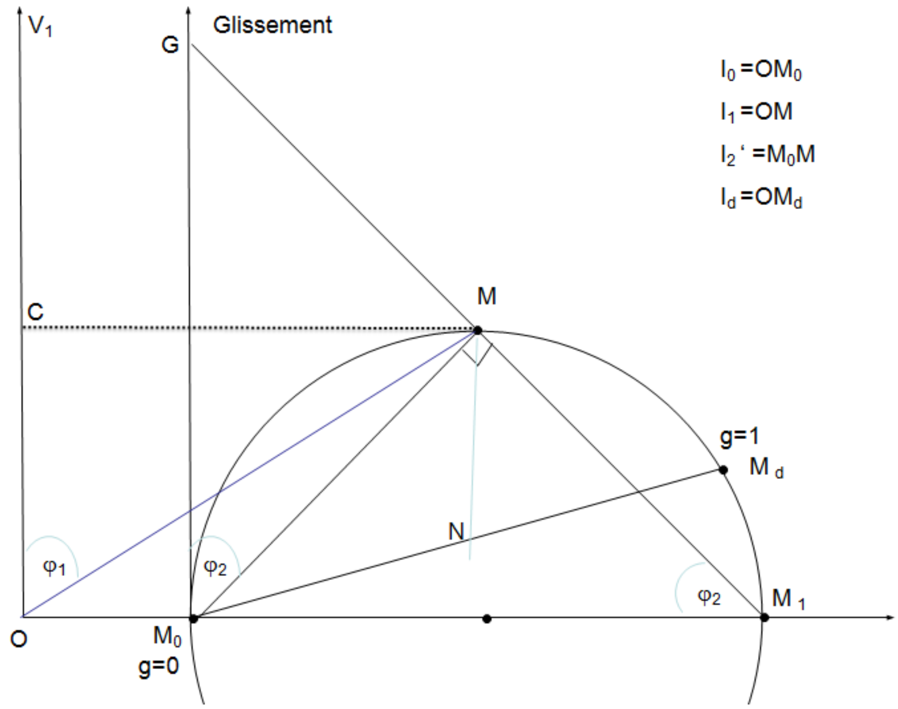

$I_1$ : courant statorique
$I'_2$ = -m$I_2$ (m=$\frac{N_2}{N_1}$) courant de travail (rotorique).
$I_0$ : courant statorique de magnétisation (courant à vide)
D'après la figure précédente, on peut écrire : $\overline{V_1} = \left(\frac{R'_2}{g} \quad + jX'\right).\overline{I'_2}$ ; on peut déterminer le déphasage $\varphi_2$ entre $V_1$ et le courant $I'_2$ :
$sin\varphi_2 = \frac{X'I'_2}{V_1}$ ou bien : $tg\varphi_2 = \frac{X'g}{R'_2}$
D'après l'angle $\varphi_2$ ; on peut tracer le diagramme vectoriel de $I_1=I_0+I'_2$




Comme $\overline{V_1} = \left(\frac{R'_2}{g} \quad + jX'\right).\overline{I'_2}$ , la valeur du courant de travail ($I'_2$) se calcule par :

$$I'_2 = \frac{V_1}{\sqrt{(\frac{R'_2}{g})^2+(X')^2}}$$

D'après la relation précédente on voit que le courant $I'_2$ est en fonction du glissement (donc de la vitesse).
En gardant $I_0$ constant ; le point M de la figure précédente change de position en fonction de la vitesse ; et avec plusieurs points de fonctionnement ; le point M décrit un cercle.




D'après la figure précédente : $sin\varphi_2 = \frac{M_0M}{M_0M_1} = \frac{I'_2}{M_0M_1}$ et d'autre part : $sin\varphi_2 = \frac{X'I'_2}{V}$
donc : $\frac{I'_2}{M_0M_1} = \frac{X'_2I'_2}{V_1}$ ; ce qui donne : $M_0M_1 = \frac{V_1}{X'} = Constante$
$M_0M_1$ sont fixer ; M charge de position sur le cercle de diamètre $M_0M_1$

## Conclusion :

L'ensemble de point M s'appelle *diagramme de cercle* qui nous renseigne sur toutes les grandeurs intervenant dans le fonctionnement du moteur asynchrone ; à savoir :

**1- Courant statorique :**

$I_1$ : valeur efficace $I_1=\overrightarrow{OM}$ et $\varphi_1 = (\overrightarrow{OM_1}, \vec{V_1})$

**2- Couple électromagnétique Ce**

$P_e=2\pi n_sC_e$ en négligeant les pertes statoriques $P_a \simeq P_e$ on peut écrire :
$3V_1I_1\ cos\varphi_1 = 2\pi nsC_e$ ce qui donne :
$C_e = \frac{3V_1}{2\pi n_s} I_1 cos\varphi_1 = KI_a$
Dans la figure précédente : $I_a$=OC ; pour déterminer ce couple électromagnétique ; on mesure OC à l'échelle, et on multiplie par la constante K.

**3- Glissement g :**

D'après la figure précédente : (dans le tringle $\Delta$ :$M_0M_1G$) :
$tg\varphi_2 = \frac{M_0G}{M_0M_1}$ d'autre part : $tg\varphi_2 = \frac{X'g}{R'_2}$ ce qui donne : $\frac{M_0G}{M_0M_1} = \frac{gX'}{R'_2}$
$M_0G = M_0M_1.\frac{gX'}{R'_2} = \frac{V_1}{X'}.\frac{gX'}{R'_2}$ d'où : $\overrightarrow{M_0G} = \frac{V_1}{R'_2}g = Kg$
Il suffit de mesurer $\overrightarrow{M_0G}$ à l'échelle pour déterminer g.

**4- Courant rotorique $I_2$ :**

$\overrightarrow{M_0M} = I'_2$ on peut calcule $I_2 = \frac{I'_2}{m}$ avec $m = \frac{N_2}{N_1}$

**5- Droite des puissances :**

La puissance utile sur l'arbre du moteur est nulle au démarrage (vitesse nulle g=1) point $M_d$ (sur la figure) et au synchronisme (g=0 à $n_s$) point $M_0$ (sur la figure)

Donc la droite $M_0M_d$ représente *la droite des puissances utiles* .

On peut déterminer la puissance utile pour n'importe quel point M de fonctionnement et cela en mesurant MN (sur la figure) à l'échelle.

### V-11-2. Diagramme de cercle normalisé par l'U.T.E (Union technique des électriques).

**a- Etapes à suivre pour tracer le diagramme :**

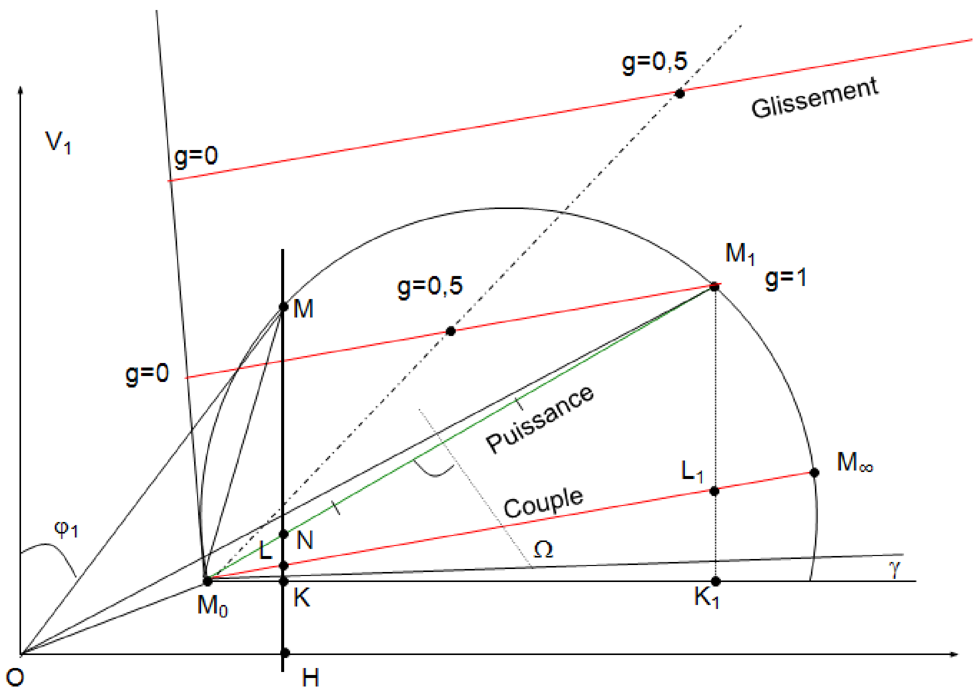
1. On choisit une échelle de courant : 1mm → a A

2. On effectue un essai à vide :

Le moteur tourne à vide à la vitesse de synchronisme, ou relève l'intensité $I_0$ et la puissance $P_0$ ; puis on calcule le facteur de puissance par :

$$\cos\varphi_0 = \frac{P_0}{3V_1I_0}$$

On représente le point $M_0$ tel que $\overrightarrow{OM_0} = \overrightarrow{I_0}$ Avec : $\varphi_0 = (\overrightarrow{I_0}, \overrightarrow{V_1})$




3. On pratique un essai en circuit à l'arrêt (g=1) à tension réduite :

Supposons qu'on alimente sous sa tension normale $V_1$ ; le moteur asynchrone après avoir court-circuité et caler le rotor ; le moteur est alors un véritable transformateur avec son secondaire en CC. Désignons par :

$P_{cc}$ : puissance absorbée en cc.

$I_{1cc}$ : courant absorbée en cc.

$V_{1cc}$ : tension statorique pour l'essai en cc.

On calcule alors le facteur de puissance par : $\cos\varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{3V_{1cc}I_{1cc}}$

Si le courant de court-circuit $I_d$ pour la tension $V_1$.

Et le courant de court-circuit $I_{1cc}$ pour la tension $V_{1cc}$.

On admet que $\frac{V_1}{I_d} = \frac{V_{1cc}}{I_{1cc}}$ ce qui donne : $I_d = \frac{V_1}{V_{1cc}} . I_{1cc}$ : c'est le courant de démarrage.

On peut représenter le point $M_1$ tel que $\begin{bmatrix} \overrightarrow{I_d} = \overrightarrow{OM_1} \\ \varphi_{cc} = (\overrightarrow{I_1}, \overrightarrow{V_1}) \end{bmatrix}$

4. Le centre du cercle est décalé par rapport à l'horizontale passant par $M_0$ d'un petit angle γ donné par la relation suivant : $\sin\gamma \simeq tg\gamma = \frac{2R_1 I_0 sin\varphi_0}{V_1}$

$R_1$ : résistance statorique.

**Remarque :**

L'angle γ est négligeable pour les moteurs de grandes puissances.(P≥15kW)

5. Détermination du centre de cercle (Ω) :

C'est l'intersection entre la médiatrice de $M_0M_1$ et la droite décalé de l'angle γ par rapport à l'horizontale passant par $M_0$.

6. On représente la droite des puissances utiles par la droite $M_0M_1$ $M_0$(g=0 synchronisme) et $M_1$(g=1 démarrage).

7. On représente la droite des couples par la droite $M_0M_\infty$ $M_0$(g=0 et c=0) et $M_\infty$(g $\rightarrow \infty$).

Détermination de cette droite :

On trace la verticale passant par $M_1$ ; l'intersection de cette verticale avec l'horizontale passant par $M_0$ est $K_1$.

On calcule $L_1K_1$ tel que $L_1$ appartient à la droite des couples : $L_1K_1 = \frac{R_1 {I_d}^2}{V_1}$

On joint le point $M_0$ avec $L_1$ ce qui donne la droite des couples.

8. Représentation de la droite des glissements :

Toute droite parallèle à $M_0M_\infty$ (droite des couples) peut être gradué linéairement en glissement ; en commençant par g=0 appartenant à la tangente au point $M_0$.

**b- Exploitation du diagramme de cercle :**

On trace une verticale passant par un point de fonctionnement quelconque M :

- MH : représente la puissance absorbée Pa.
- MN : représente la puissance utile Pu.
- ML : représente la puissance électromagnétique Pe.
- NL=ML-MN=Pe-Pu=pertes rotoriques.
- KH : pertes mécaniques.
- LK : pertes statoriques.
- $\eta = \frac{Pu}{Pa} = \frac{MN}{MH}$