EXERCICES DE

CINÉMATIQUE

EXERCICE 1.

Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (05.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

Un cycliste roule à 12 $[m \cdot s^{-1}]$ pendant 60 [s], puis à 16 $[m \cdot s^{-1}]$ pendant 120 [s]. Trouvez la vitesse moyenne sur tout le trajet si la deuxième partie du mouvement est :

1. De même sens que la première
2. De sens contraire

Solution :

S'il roule à 12 $[m \cdot s^{-1}]$ pendant une minute , le cycliste parcourt $12.60 = 720\ [m]$

S'il roule à 16 $[m \cdot s^{-1}]$ pendant deux minutes, le cycliste parcourt $16.2.60 = 1920\,[m]$

S1. : $720 + 1920 = 2640$ mètres parcourus en $3.60 = 180\ [s]$

Donc sa vitesse moyenne est de :

$$\frac{2640}{180} = 14.7[m \cdot s^{-1}]$$

S2. : $720 - 1920 = -1200$ mètres parcourus en $3.60 = 180\ [s]$

Donc sa vitesse moyenne est de :

$$\frac{-1200}{180} = 6.7[m \cdot s^{-1}]$$

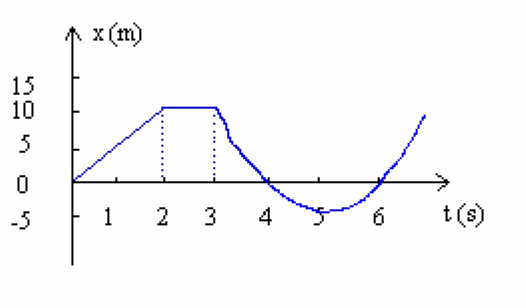
EXERCICE 2.

Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (05.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

D'après le graphe ci-dessous, trouvez la vitesse moyenne pour chacun des intervalles suivants

$$0 \text{ à } 2\ [s]\ ,\ 0 \text{ à } 3\ [s]\ ,\ 2 \text{ à } 4\ [s]\ ,\ 4 \text{ à } 6\ [s]$$



Solutions :

S1. 10 mètres sont parcourus durant les 2 premières secondes.

La vitesse moyenne est donc :

$$\frac{10}{2} = 5[m \cdot s^{-1}]$$

S2. 10 mètres sont également parcourus durant les 3 premières secondes (aucun déplacement entre la deuxième et la troisième seconde).

La vitesse moyenne est donc :

$$\frac{10}{3} = 3.\overline{3}[m \cdot s^{-1}]$$

S3. Entre la deuxième et la quatrième seconde, 10 mètres sont également parcourus mais en reculant. Nous écrirons alors -10 mètres.

La vitesse moyenne est donc :

$$\frac{-10}{2} = 5[m \cdot s^{-1}]$$

S4. La distance parcourue est nulle, donc la vitesse moyenne l'est également.

EXERCICE 3.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (05.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

Pour son tour de piste de qualification au Grand Prix Britannique de juillet 1986, Andrea de Cesaris boucla les 4.2 [*Km*] d'un tour de piste en 73 [*s*]. La course, qui comprenait 75 tour de piste, fut gagné par Nigel Mansell à une vitesse scalaire moyenne de 208 [*Km/h*]. S'il avait pu maintenir sa vitesse scalaire du tour de qualification pendant toute la course, Andrea de Cesaris aurait-il gagné ou perdu, et par quelle distance ?

Solution :

Concernant Andrea de Cesaris :

Sa vitesse scalaire moyenne pour le tour de qualification est de :

$$\frac{4200}{73} = 57.5\ [m \cdot s^{-1}]$$

S'il avait pu maintenant cette vitesse durant la course, celle-ci aurait duré :

$$\frac{75 \cdot 4200}{57.5} = 5478.3\ [s]$$

soit $91\,\text{min.}$ et $18\,\text{s.}$

Concernant Nigel Mansell :

Il parcourt $75 \cdot 4200 = 315'000[m]$ avec une vitesse scalaire moyenne de 208 [*Km/h*], soit de 57.8 [*m/s*]. Donc, pour lui, la course a duré :

$$\frac{315000}{57.8} = 5449.8[s]$$

secondes, soit 90 min. et 49 s.

Donc, Andrea de Cesaris aurait perdu la course s'il avait maintenant sa vitesse scalaire moyenne!

Si Nigel avait couru le même temps que De Cesaris, il aurait parcouru :

$$5478.3 \cdot 57.8 = 316645.7[m]$$

Donc De Cesaris est devancé de :

$$316645.7 - 3150000 = 1645.7[m]$$

EXERCICE 4.

Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (05.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

Un oiseau vole vers le nord à $20\ [m \cdot s^{-1}]$ pendant 15 [s]. Il se repose pendant 5 [s] puis vole vers le sud à $25\ [m \cdot s^{-1}]$ pendant 10 [s]. Déterminez, pour la totalité de son voyage

1. la vitesse scalaire moyenne
2. la vitesse moyenne
3. l'accélération moyenne

Solution :

S'il vole à $20\ [m \cdot s^{-1}]$ pendant 15 *[s]*, il parcourt alors $15 \cdot 20 = 300$ mètres

S'il vole à $25\ [m \cdot s^{-1}]$ pendant 10 *[s]*, il parcourt alors $10 \cdot 25 = 250$ mètres

1. Sa vitesse scalaire moyenne est donc : $\dfrac{300+250}{(15+5+10)} = 18.3\ [m \cdot s^{-1}]$
2. Sa vitesse moyenne est : $\dfrac{300-250}{(15+5+10)} = 1.67\ [m \cdot s^{-1}]$
3. Son accélération moyenne est : $\dfrac{-(25)-20}{30} = \ [m \cdot s^{-1}]$

EXERCICE 5.

Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (05.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

La position d'une particule est donnée par $x(t) = 5 \cdot \sin\left(\dfrac{2\pi}{3}t\right)$ où x est en mètres et t en secondes (l'argument de la fonction sinus est exprimé en radian bien sûr).

1. Calculer x à intervalle de $0.1\ [s]$ de $t = 0.1$ à 0.8 s et tracez x en fonction de t
2. Quelle est la vitesse moyenne entre 0.5 et $0.6\ [s]$?
3. Déterminez la vitesse instantanée à $0.5\ [s]$ en traçant une tangente à la courbe
4. Utilisez le calcul différentiel pour trouver la vitesse instantanée à $0.5\,[s]$

Solution :

S1. :

$$t = 0.1s \qquad x = 5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot 0.1\right) = 1.04 \text{ mètres}$$

$$t = 0.2s \qquad x = 5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot 0.2\right) = 2.03 \text{ mètres}$$

$$t = 0.3s \qquad x = 5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot 0.3\right) = 2.94 \text{ mètres}$$

$$t = 0.4s \qquad x = 5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot 0.4\right) = 3.72 \text{ mètres}$$

$$t = 0.5s \qquad x = 5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot 0.5\right) = 4.33 \text{ mètres}$$

$$t = 0.6s \qquad x = 5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot 0.6\right) = 4.76 \text{ mètres}$$

$$t = 0.7s \qquad x = 5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot 0.7\right) = 4.97 \text{ mètres}$$

$$t = 0.8s \qquad x = 5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot 0.8\right) = 4.97 \text{ mètres}$$

(voir le graphique ci-dessous)

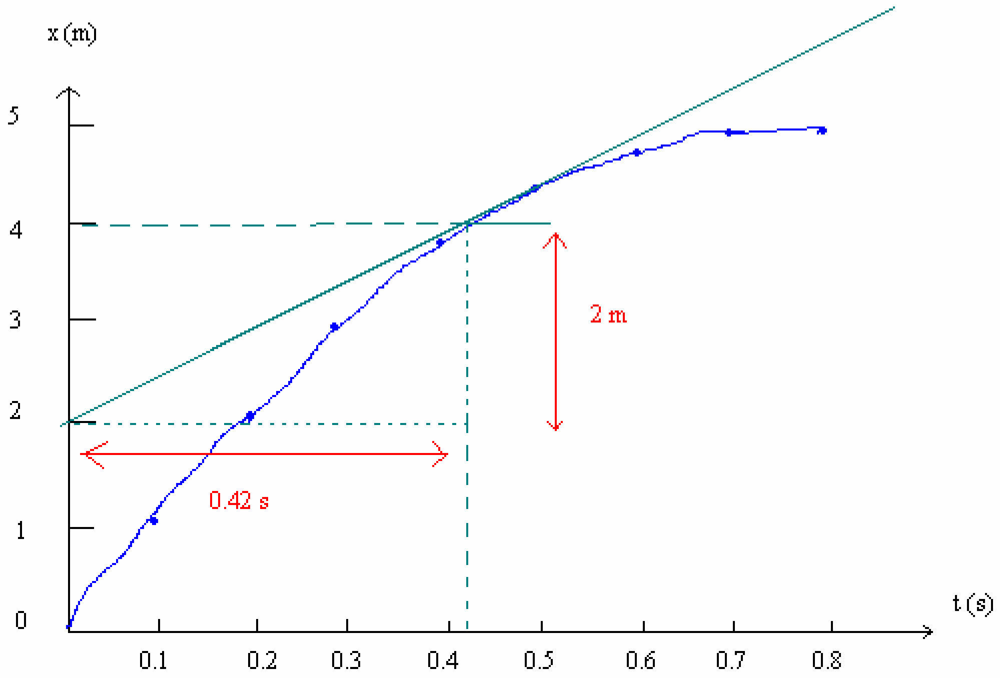
S2. Entre 0.5 s et $0.6\,[s]$, la particule parcourt $4.76 - 4.33 = 0.43\ [m]$.

La vitesse moyenne est donc :

$$\frac{0.43}{0.6-0.5}=4.3\ [m\cdot s^{-1}]\ \text{m/s}$$

S3. : Voir dessin ci-dessous, la vitesse est donc :

$$v(0.5)=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{2}{0.42}=4.76m/s$$



S4. :

$$v(t)=\left(5\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{3}\cdot t\right)\right)'=5\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{3}\cdot t\right)\cdot\frac{2\pi}{3}$$

$$v(0.5)=5\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{3}\cdot 0.5\right)\cdot\frac{2\pi}{3}=5.24m/s$$

EXERCICE 6.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (09.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

Un grimpeur estime la hauteur d'une falaise en laissant tomber une pierre et en relevant le temps écoulé avant d'entendre l'impact de la pierre sur le sol. Nous supposons que ce temps est de $2.5[s]$. Trouvez la hauteur de la falaise dans les conditions suivantes :

1. En supposant que la vitesse du son est suffisamment élevée pour pouvoir être négligées
2. En prenant la vitesse du son égale à $330\ [m \cdot s^{-1}]$

Solution :

S1. :

$$0 = h + v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$$

D'où :

$$h = 9.81 \cdot \frac{2.5^2}{2} = 30.66[m]$$

S2. Soit t_1 le temps de chute de la pierre et t_2 le temps que le son met à remonter au grimpeur.

Nous pouvons alors écrire :

$$-h = a \cdot \frac{t_1^2}{2} = -9.81 \cdot \frac{t_1^2}{2} \quad \text{et} \quad h = 330 \cdot t_2$$

de plus $t_1 + t_2 = 2.5[s]$, nous pouvons alors écrire :

$$-9.81 \cdot \frac{t_1{}^2}{2} = 330 \cdot (2.5 - t_1)$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$4.9 \cdot t_1{}^2 + 330 t_1{}^2 - 825 = 0$$

D'où $t_1 = 2.41[s]$. Donc, la hauteur est $h = 330 \cdot (2.5 - 2.41) = 29.7[m]$.

EXERCICE 7.

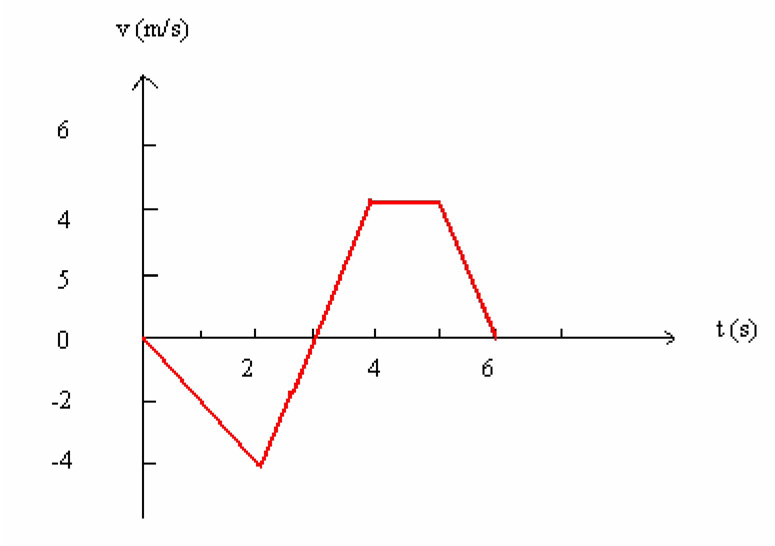
Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (06.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

A l'aide du graphe de v en fonction de t de la figure ci-dessous, estimez :

1. La vitesse moyenne durant les cinq premières secondes

2. La vitesse scalaire moyenne durant les cinq premières secondes



Solution :

S1. La vitesse scalaire moyenne est le rapport entre le déplacement et le temps nécessaire à ce déplacement. Soit :

$$\frac{\left(3\cdot(-4)\cdot\frac{1}{2}\right)+\left(1\cdot 4\cdot\frac{1}{2}\right)+(1\cdot 4)}{6}=\frac{0}{6}=0[m\cdot s^{-1}]$$

S2. La distance parcourue est de $\left(3\cdot(|-4|)\cdot\frac{1}{2}\right)+\left(1\cdot 4\cdot\frac{1}{2}\right)=12$ mètres pendant les cinq premières secondes. Et donc, la vitesse moyenne est de :

$$\frac{12}{5}=2.4[m\cdot s^{-1}]$$

EXERCICE 8.

Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (06.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

Un train à une longueur de 44 mètres. L'avant du train se trouve à 100 mètres d'un poteau. Il accélère à raison de $0.5\ [m \cdot s^{-1}]$ à partir du repos.

1. Quel intervalle de temps s'écoule entre le passage de l'avant et de l'arrière du train devant le poteau ?

2. Quelles vitesses l'avant et l'arrière du train passent-ils devant le poteau ?

Solution :

S1. Lorsque l'avant du train passera devant le poteau, il aura parcouru 100 mètres.

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$$
$$100 = 0 + 0 + 0.5 \cdot \frac{t^2}{2}$$

Donc $t = 20[s]$

Lorsque l'arrière du train passera devant le poteau, il aura parcouru 144 mètres

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$$
$$144 = 0 + 0 + 0.5 \cdot \frac{t^2}{2}$$

Donc $t = 24[s]$

L'intervalle de temps qui s'écoule entre ces deux passages est de $24 - 20 = 4\,\mathrm{s}$

S2. Nous connaissons la relation : $v = a \cdot t$

Donc, il nous est facile de connaître la vitesse de chaque passage en ayant calculé le temps au point précédent.

L'avant du train : $v = 0.5 \cdot 20 = 10[m \cdot s^{-1}]$

L'arrière du train : $v = 0.5 \cdot 24 = 12[m \cdot s^{-1}]$

EXERCICE 9.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (06.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

Le chauffeur d'un camion roulant à $30[m \cdot s^{-1}]$ aperçoit soudain un caribou à 70 mètres devant lui. Si le temps de réflexe du chauffeur est de $0.5[s]$ s et la décélération maximale de $8[m \cdot s^{-1}]$, peut-il éviter de heurter le caribou sans donner de coup de volant ?

Solution :

Pendant le temps de réflexe le chauffeur parcourt $0.5 \cdot 30 = 15[m]$

Il reste donc plus que $70 - 15 = 55$ mètres à parcourir.

Calculons le temps nécessaire à immobiliser le camion $t = \dfrac{v - v_0}{a} = \dfrac{-30}{-8} = 3.75[s]$

Par l'équation $x = x_0 + v_0 \cdot t + a \cdot \dfrac{t^2}{2}$, calculons la distance parcourue pendant ces $3.75[s]$:

$$x = 0 + 30 \cdot 3.75 - 8 \cdot \frac{(3.75)^2}{2} = 56.25[m \cdot s^{-1}]$$

Donc, il ne peut éviter le caribou et doit donner un coup de volant pour ne pas le heurter.

EXERCICE 10.

Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (06.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

A partir des données envoyées par l'engin spatial Voyager en 1979, l'ingénieur Linda Morabito a découvert sur Io, un satellite de Jupiter, la première activité volcanique extra-terrestre. Le panache de l'éruption s'élevait à $280[Km]$ d'altitude environ. Sachant que l'accélération due à la gravité à la surface d'Io vaut $1.8[m \cdot s^{-2}]$ et supposant qu'elle demeure constante jusqu'à sa hauteur maximale, déterminez :

1. La vitesse à laquelle les débris étaient projetés
2. Le temps qu'il leur fallait pour atteindre la hauteur maximale

Solution :

S1. Utilisons la relation :

$$v^2 = v_0{}^2 - 2 \cdot a \cdot x$$
$$0 = v_0{}^2 - 2 \cdot 1.8 \cdot 280000$$
$$v_0{}^2 = 1008000$$
$$v_0 = 1004 m/s$$

S2. Utilisons les relations suivantes :

$$v_f - v_0 = a \cdot t \qquad \text{et} \qquad x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$$
$$v_0 = 1.8 \cdot t \qquad\qquad 280000 = 0 + v_0 \cdot t - 1.8 \cdot \frac{t^2}{2}$$

Remplaçons la valeur de v_0, de la première équation, dans la deuxième :

Ce qui devient :

$$280000 = 1.8 \cdot t^2 - 1.8 \cdot \frac{t^2}{2}$$

Donc :

$$1.8 \cdot \frac{1}{2} \cdot t^2 = 280000$$

Et finalement $t = 557.8[s]$, soit 9 min. et 18 s.

EXERCICE 11.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (06.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

Lorsqu'un objet est projeté verticalement vers le haut à partir du sol, il atteint 75% de sa hauteur maximale à une vitesse de $30[m \cdot s^{-1}]$. Trouvez sa hauteur maximale et la durée totale de son trajet dans l'air.

Solution :

Soit y la hauteur maximale atteinte par l'objet. Comme cet objet à une vitesse de $30[m \cdot s^{-1}]$ à 75% de sa chute, nous pouvons ainsi dire qu'il passe de $30[m \cdot s^{-1}]$ à $0[m \cdot s^{-1}]$ durant le quart de son périple (car à sa hauteur maximale, l'objet à une vitesse nulle).

Soit $v_f{}^2 = v_0{}^2 - 2 \cdot a \cdot x$:

$$0 = 30^2 - 2 \cdot 9.81 \cdot 0.25 \cdot h$$

$$h = \frac{900}{9.81 \cdot 0.5} = \frac{900}{4.91} = 183{,}3m$$

La durée totale du trajet (c.à.d deux fois la durée de la montée car il monte et redescend) :

Nous connaissons la relation :

$$h = h_0 + v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$$

Or :

$$v_f{}^2 - v_0{}^2 = -2 \cdot a \cdot h$$

Donc :

$$v_0{}^2 = 2 \cdot 9.81 \cdot 183.3$$
$$v_0 = 59.97 m/s$$

Et $v_f - v_0 = a \cdot t$, ou encore $-59.97 = -9.81 \cdot t$; d'où $t = 6.11[s]$

Donc la durée totale de son trajet est de $12.22[s]$

EXERCICE 12.

Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (06.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

Un objet lancé à la verticale vers le haut est momentanément au repos lorsqu'il se trouve à sa hauteur maximale. Quelle est son accélération en ce point ?

Solution :

Elle est égale à la valeur de g, c'est-à-dire environ 9.81 m/s². En réalité, elle est un peu moindre car sa valeur décroît en fonction de la hauteur, mais nous négligerons cette futilité.

Remarque : il est tentant de répondre que l'accélération en ce point est nulle, car l'objet est immobile. Mais, pour que l'accélération soit nulle, il faudrait que cette objet se trouve à l'infini.

EXERCICE 13.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (06.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

Un pot de fleur tombe d'un balcon. Il met $0.1[s]$ pour passer devant une fenêtre de hauteur $1.25[m]$. Que quelle hauteur est-il tombé par rapport au bas de la fenêtre ?

Solution :

Soit v_0, la vitesse du pot de fleur quand il arrive au-dessus de la fenêtre :

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$$
$$1.25 = 0 + v_0 \cdot 0.1 - 9.81 \cdot \frac{0.01}{2}$$

Donc $v_0 = 12.99[m/s]$

Soit v_f, sa vitesse au bas de la fenêtre :

$$v_f{}^2 = v_0{}^2 - 2 \cdot a \cdot (x_f - x_0)$$
$$v_f{}^2 = 12.99^2 - 2 \cdot 9.81 \cdot (-1.25)$$
$$v_f = 13.90[m/s]$$

Soit v_i, la vitesse quand il commence à chuter, donc elle est nulle (car il est au repos sur le balcon).

$$v_f{}^2 = v_i{}^2 - 2 \cdot a \cdot (0 - h)$$
$$193.27 = 2 \cdot 9.81 \cdot h$$
$$h = 9.85[m]$$

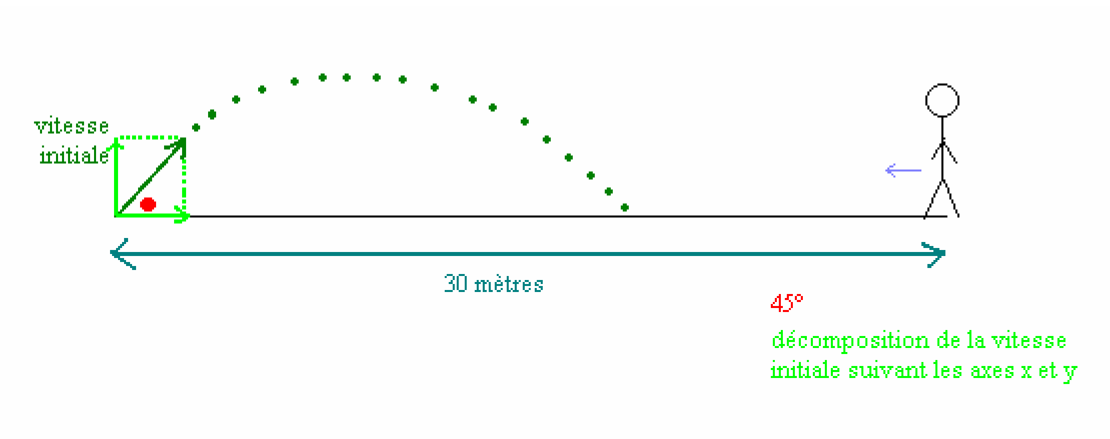
EXERCICE 14.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (06.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

Une balle est lancée vers le haut à $v_0 = 14.1[m/s]$ à un angle de 45° par rapport à l'horizontale. Une personne située à $30[m]$ sur l'axe horizontal de la trajectoire commence à courir juste au moment où la balle est lancée. A quelle vitesse et dans quelle direction doit-elle courir pour rattraper la balle au même niveau que celui auquel elle a été lancée ?

Solution :



$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos(45°) = 9.97[m/s]$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin(45°) = 9.97[m/s]$$

Nous savons que le mouvement vertical est un MRU, tandis que le mouvement horizontal est un MRUA. Pour connaître le temps mis par la balle pour effectué la trajectoire (afin de déterminer ensuite la longueur de sa trajectoire horizontale), nous allons calculer le temps qu'il faut pour que la balle revienne au niveau de départ verticalement (considérons ici 0).

$$y_f = y_0 + v_{0y} \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2}$$
$$0 = 0 + 9.97 \cdot t - 4.9 \cdot t^2$$

Donc soit $t = 0[s]$ (au moment où elle est lancée) ou $t = 2[s]$

La balle parcourra donc $x = v_{0x} \cdot t = 9.97 \cdot 2 = 19.94[m]$

Donc en deux secondes, la personnes doit courir en direction de la balle une distance de $30 - 19.94 = 10.06[m]$. Donc, sa vitesse doit être de $x = v \cdot t$ ou encore :

$$v = \frac{x}{t} = \frac{10.06}{2} = 5.03[m/s]$$

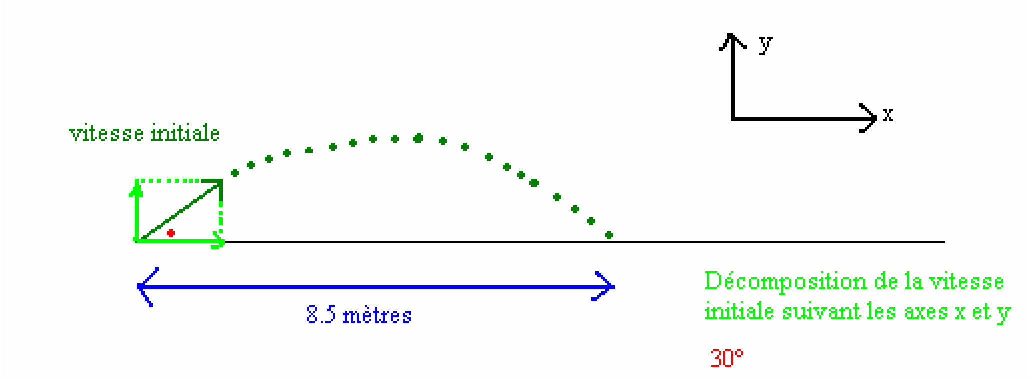
EXERCICE 15.

Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (09.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

Un athlète peut sauter 8.5 mètres en longueur. On suppose qu'il revient à son niveau initial. S'il s'élance avec un angle de $30°$ par rapport à l'horizontale, quel est le module de sa vitesse initiale ?

Solution :



Nous connaissons : $y_f - y_0 = v_{0y} \cdot t + a \cdot \dfrac{t^2}{2}$ et $8.5 = v_{0x} \cdot t$

Soit $0 = v_0 \cdot \cos(60°) \cdot t - 4.9 \cdot t^2 = t \cdot \left(v_0 \cdot \cos(60°) - 4.9 \cdot t\right)$ et $t = \dfrac{8.5}{v_0 \cdot \cos(30°)}$ (1)

De la première expression, on tire soit $t = 0$, soit $t = \dfrac{v_0 \cdot \cos(60°)}{4.9}$ (2)

Egalisons (1) et (2), soit :

$$t = \frac{8.5}{v_0 \cdot \cos(30°)} = \frac{v_0 \cdot \cos(60°)}{4.9}$$

$$v_0{}^2 = \frac{8.5 \cdot 4.9}{\cos(60°) \cdot \sin(30°)} = 96.19$$

Et donc la vitesse initiale est de $9.81[m/s]$

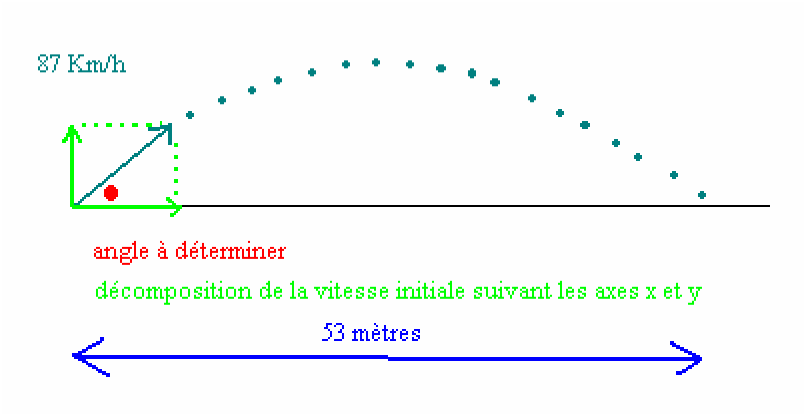
EXERCICE 16.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (09.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

Au cours d'un spectacle de cirque, en 1940, le boulet humain Emmanuel Zacchini fut projeté à une distance horizontale de 53 mètres. Si vitesse initiale à la sortie du canon était de $87[km/h]$. Quel était l'angle de tir ?

Solution :



D'abord, nous allons passer en unités S.I. : $87[km/h]$ correspondent à $24.17[m/s]$

$$x = v_{0x} \cdot t \qquad \text{avec} \quad v_{0x} = v_0 \cdot \cos(a)$$

donc nous avons : $53 = 24.17 \cdot \cos(a) \cdot t$ (1)

Le boulet humain revient à son niveau initial et donc : $0 = v_{0y} \cdot t - 9.81 \cdot \dfrac{t^2}{2}$

Ou encore :

$$0 = t \cdot (v_0 \cdot \sin(a) - 4.9 \cdot t)$$

d'où :

$$t = 0 \text{ ou } t = \frac{24.17 \cdot \sin(a)}{4.9} \quad (2)$$

Mettons (2) dans (1), nous avons alors :

$$53 = 24.17 \cdot \frac{24.17 \cdot \sin(a)}{4.9} \cdot \cos(a)$$

$$\frac{53}{59.61} = 2 \cdot \sin(a) \cdot \cos(a)$$

$$0.89 = \sin(2a)$$

$$a = \frac{1}{2} \cdot Arc\sin(0.89)$$

Et donc l'angle de lancement était de $31°$ ou $59°$

EXERCICE 17.

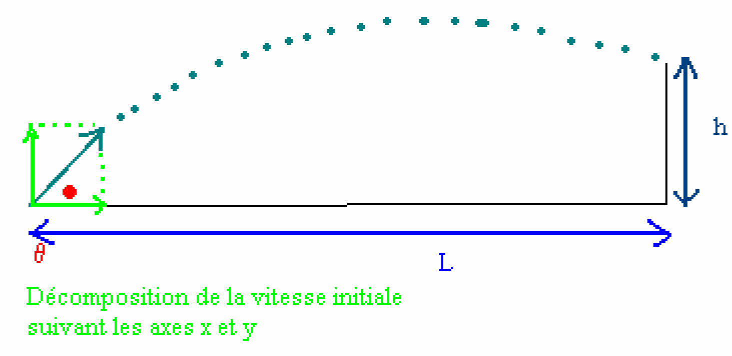
Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (09.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

Un joueur de basket-ball lance le ballon avec une vitesse initiale v_0 selon un angle ϑ vers un panier situé à une distance horizontale L et à une hauteur h au-dessus du point d'envoi. Montrez que le module de la vitesse initiale requise est donnée par :

$$v_0{}^2 = \frac{gL}{2\cos^2\vartheta\cdot(\tan\vartheta - \frac{h}{L})}$$

Solution :



$$L = v_0\cdot\cos(\theta)\cdot t \qquad (1)$$

$$h = v_0\cdot\sin(\theta)\cdot t - \frac{g}{2}\cdot t^2 \qquad (2)$$

$$(1)\ \ t = \frac{L}{v_0\cdot\cos\theta}$$

Introduisons cette expression du temps dans (2), ce qui donne :

$$h = v_0\cdot\sin\vartheta\cdot\frac{L}{v_0\cdot\cos\vartheta} - \frac{g}{L}\cdot\frac{L^2}{v_0{}^2\cdot\cos^2\theta}$$

$$2\cdot v_0{}^2\cdot\cos^2\vartheta\cdot h = 2\cdot v_0{}^2\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta\cdot L - g\cdot L^2$$

$$2\cdot v_0{}^2\cdot\cos\theta\cdot(\cos\theta\cdot h - \sin\theta\cdot L) = gL^2$$

Ce qui nous donne :

$$v_0{}^2 = \frac{gL^2}{2\cdot v_0{}^2\cdot\cos\theta\cdot(\cos\vartheta\cdot h - \sin\theta\cdot L)} \qquad \text{C.Q.F.D}$$

EXERCICE 18.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (09.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

Une catapulte du Moyen-Âge pouvait projeter une pierre de $75\ [Kg]$ à $50\ [m/s]$ selon un angle de projection de $30°$. Supposons que la cible soit un mur fortifié de $12\ [m]$ de haut situé à une distance horizontale de $200\ [m]$.

1. La pierre va-t-elle toucher le mur ?
2. Si oui, à quelle hauteur ?
3. A quel angle ?

Solution :

MRU (Mouvement Rectiligne Uniforme) :

$$x = v_0 \cdot \cos(30) \cdot t \Rightarrow 200 = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot t \Rightarrow t = 4.62[s]$$

MRUA (Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré) :

$$y = 0 + v_0 \cdot \sin(30) \cdot t - 9.81 \cdot \frac{t^2}{2}$$

$$y = 50 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4.62 - 9.81 \cdot \frac{4.62^2}{2}$$

$$y = 11\ [m]$$

Le projectile touche bien le mur à une hauteur de 11 [*m*].

Nous savonsque $\tan(a) = \frac{v_y}{v_x}$ et $v_y = v_{0y} - 9.81 \cdot t = 50 \cdot \sin(30) - 9.81 \cdot 4.62 = -20.32\ [m/s]$

Donc :

$$\tan(a) = \frac{-20.32}{50 \cdot \cos(30)} = \frac{-20.32}{43.30} = -0.47$$

et donc l'angle est de 25° en-dessous de l'horizontale.

EXERCICE 19.

Niveau : Université
Auteur : Dhyne Miguël (09.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Énoncé :

Un projectile est tiré à partir du niveau du sol avec une vitesse initiale de module v_0 selon un angle de projection θ. Montrez que la hauteur maximale H est donnée par

$$H = \frac{(v_0 \cdot \sin\theta)^2}{2g}$$

Solution :

Nous connaissons la relation :

$$v_{fy}{}^2 = v_{0y}{}^2 - 2g \cdot \Delta y$$

d'où :

$$0 = (v_0 \cdot \sin\theta)^2 - 2 \cdot g \cdot H$$

Et donc, finalement :

$$H = \frac{(v_0 \cdot \sin\theta)^2}{2g}$$

EXERCICE 20.

Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (09.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Enoncé :

Le TGV (Train à Grande Vitesse) français roule à une vitesse de 300 [*Km/h*]. Quelle est le rayon minimal de la voie permettant d'éviter que les passagers ne soient soumis à une accélération centripète de plus de $0.05g$?

Solution :

Nous connaissons l'accélération centrifuge donnée par :

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

d'où :

$$0.05 \cdot 9.81 = \frac{83.33^2}{R}$$

Donc :

$$R = 14156.76\,[m]$$

Donc le rayon minimal de la voie d'un TGV doit être de plus de $14\,[Km]$ pour que ses passagers ne soient pas soumis à une accélération centripète supérieure à $0.05g$!

EXERCICE 21.

Niveau : Lycée
Auteur : Dhyne Miguël (09.08.04, miguel.dhyne@win.be)
Mots-clés :

Enoncé :

Un satellite géostationnaire fait le tour de la Terre en 24 heures. Ainsi, il paraît immobile dans le ciel et constitue un élément précieux pour les télécommunications. Si un tel satellite est en orbite autour de la Terre à une altitude de 35800 Km au-dessus de la surface terrestre, quelle est son accélération centripète ?

Solution :

Nous connaissons l'accélération centrifuge donnée par :

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Or dans notre cas :

$$R = 35800 + 6450 = 42250\,[Km] \text{ (du centre de la Terre)}$$

Et :

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot 42250000}{24 \cdot 60 \cdot 60} = 3072.51\,[m/s]$$

Donc :

$$a_c = \frac{3072.51^2}{42250000} = 0.22[m \cdot s^{-2}]$$