Dans tous ces exercices, on considere un repere orthonorme direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. Pour les representations graphiques, l'unite de longueur est 1 cm.

Exercice 1 :

On considère les vecteurs suivants :

$\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j}$ $\quad \vec{v} = 3\vec{j}$ $\quad \vec{w} = -2\vec{i} + \vec{j}$ $\quad \vec{x} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ $\quad \vec{y} = -3\vec{i}$ $\quad \vec{z} = \vec{i} - 3\vec{j}$

Exprimer en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ les vecteurs suivants et représenter les :

$\vec{u} + \vec{v} =$
$\vec{w} - \vec{x} =$
$-3\vec{z} =$
$\vec{u} + 2\vec{v} + 3\vec{w} =$
$2\vec{w} - \vec{x} + 3\vec{z} - \vec{y} =$

Exercice 2 :

On considère les vecteurs $\vec{V_1} = 2(\vec{\imath} + \vec{\jmath})$, $\vec{V_2} = -4\vec{\imath} + \vec{\jmath}$, $\vec{V_3} = 2\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}$. Calculer et représenter, sur papier millimétré, les vecteurs

$$\vec{A} = \vec{V_1} + \vec{V_3}\ ,\ \vec{B} = \vec{V_3} - \vec{V_2},\ \vec{C} = \vec{V_1} - \vec{V_2} + 2\vec{V_3}$$

Exercice 3 :

Soient les vecteurs $\vec{V_1} = 2(\vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k})$, $\vec{V_2} = -\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 3\vec{k}$, $\vec{V_3} = \vec{\imath} + \overrightarrow{2\jmath} - 2\vec{k}$

a- Trouver les modules des vecteurs : $\vec{V_1}$, $\vec{V_1} + \vec{V_2}$, $\vec{V_2} - \vec{V_3}$

b- Déterminer les angles $(\vec{V_1}, \vec{V_2})$, $(\vec{V_1}, \vec{V_3})$ et $(\vec{V_2}, \vec{V_3})$

Exercice 4 :

Déterminer la valeur du nombre a pour laquelle les vecteurs $\vec{V_1} = 2\vec{\imath} + a\vec{\jmath} + \vec{k}$ et $\vec{V_2} = 4\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} - 2\vec{k}$ soient perpendiculaires.

Exercice 5 :

Soient les vecteurs $\vec{A} = 2\vec{\imath} - 3\vec{\jmath} + 5\vec{k}$, $\vec{B} = 3\vec{\imath} + \vec{\jmath} - 2\vec{k}$, calculer le grandeur suivante : $(\vec{A} + \vec{B}).(\vec{A} - \vec{B})$

Exercice 6 :

Evaluer les vecteurs suivants :

$$\vec{\imath} \times \vec{\jmath}\ ,\ \vec{\jmath} \times \vec{k}\ ,\ \vec{k} \times \vec{\jmath}\ ,\ \vec{k} \times \vec{\jmath},\ \vec{\jmath} \times \vec{\jmath}\ ,\ \vec{\jmath} \times 4\vec{k},\ 2\vec{\jmath} \times 3\vec{k},\ \ 2\,\vec{\jmath} \times \vec{k} - 4\vec{\imath}.$$

F. MEKIDECHE - CHAFA, A. CHAFA, A. DERBOUZ, A. DIB, M. HACHEMANE, F. KAOUAH, A. AIT SAID

Exercice 7 :

On considère les vecteurs $\vec{A} = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath} - 3\vec{k}$, $\vec{B} = \vec{\imath} - 2\vec{\jmath} + \vec{k}$ et $\vec{C} = -\vec{\imath} + \vec{\jmath} - 4\vec{k}$.
Déterminer les produits suivants :

a- $\vec{A}.(\vec{B} \times \vec{C})$
b- $\vec{C}.(\vec{A} \times \vec{B})$
c- $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$
d- $(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C}$.

Exercice 8 :

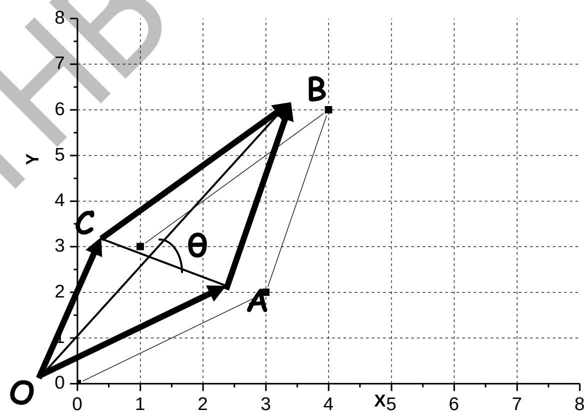
En reprenant les vecteurs de l'exercice 1, évaluer les valeurs des grandeurs :
$\overrightarrow{V_1} \cdot \overrightarrow{V_1}$, $\overrightarrow{V_1} \cdot \overrightarrow{V_2}$, $\overrightarrow{V_1} \cdot \overrightarrow{V_3}$, $\overrightarrow{V_2} \cdot \overrightarrow{V_1}$ et $\overrightarrow{V_2} \cdot \overrightarrow{V_3}$

Exercice 9 :

En reprenant les vecteurs de l'exercice 2, évaluer et représenter les vecteurs suivants :
$\overrightarrow{V_1} \times \overrightarrow{V_1}$, $\overrightarrow{V_1} \times \overrightarrow{V_2}$, $\overrightarrow{V_1} \times \overrightarrow{V_3}$, $\overrightarrow{V_2} \times \overrightarrow{V_1}$ et $\overrightarrow{V_2} \times \overrightarrow{V_3}$

Exercice 10 :

Trouver l'angle, aigu θ, formé par les diagonales d'un quadrilatère de sommets $O(0,0,0)$; $A(3,2,0)$; $B(4,6,0)$ et $C(1,3,0)$



Exercice 11 :

En reprenant les vecteurs de l'exercice 3, trouvez en précisant leur nature (vecteur ou scalaire), lorsque le résultat existe, les grandeurs :
$(\overrightarrow{V_1} \times \overrightarrow{V_2}) \times \overrightarrow{V_3}$, $\overrightarrow{V_3} \times (\overrightarrow{V_1} \times \overrightarrow{V_2})$, $\overrightarrow{V_1} \times (\overrightarrow{V_2} \cdot \overrightarrow{V_3})$, $(\overrightarrow{V_1} \times \overrightarrow{V_2}) \cdot \overrightarrow{V_3}$, $(\overrightarrow{V_1} \cdot \overrightarrow{V_2}) \cdot \overrightarrow{V_3}$

Exercice 12 :

Soient les vecteurs $\overrightarrow{V_1} = sint\,\vec{\imath} + cost\,\vec{\jmath} + 3t\,\vec{k}$ et $\overrightarrow{V_1} = e^t\,\vec{\imath} + 2cos3t\,\vec{\jmath} + 3sin2t\,\vec{k}$, calculer les dérivées de ces vecteurs par rapport au temps $\frac{d\overrightarrow{V_1}}{dt}$ et $\frac{d\overrightarrow{V_2}}{dt}$ puis déduire leur modules

Exercice 13 :

On considère les vecteurs suivants : $\overrightarrow{V_1} = 5t^3\,\vec{\imath} + 3t\,\vec{\jmath} - 2t^4\,\vec{k}$ et $\overrightarrow{V_1} = sint\,\vec{\imath} - cost\,\vec{\jmath} + 3t\,\vec{k}$. Trouver les expressions des grandeurs :

$$\frac{d}{dt}(\overrightarrow{V_1} \cdot \overrightarrow{V_2}),\ \frac{d}{dt}(\overrightarrow{V_1} \times \overrightarrow{V_2}) \text{ et } \frac{d}{dt}(\overrightarrow{V_1} \cdot \overrightarrow{V_1})$$