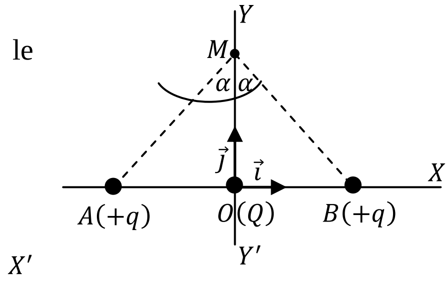
Université A/Mira de Bejaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie – 1ère Année

Année Universitaire 2015/2016
Session Rattrapage
Durée : 02 h

Rattrapage de Physique 2

Exercice 1 : (05 points)

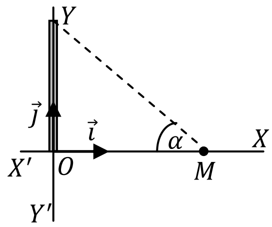
Soit l'ensemble de charges ponctuelles de la figure ci-contre. On suppose $q > 0$ et on donne $OA = OB = OM = \sqrt{2}a$ (a est une constante positive).



1- Déterminer la valeur de la charge Q placée à l'origine pour que le champ électrique, créé par cette distribution, soit nul en M.
   On prendra cette valeur de Q pour la suite de l'exercice.
2- Calculer le potentiel électrique créé en M.
3- On place en M une charge ponctuelle $q_M = -q$, déterminer :
   a- La résultante des forces électriques qui s'exerce sur elle.
   b- Son énergie potentielle électrique.

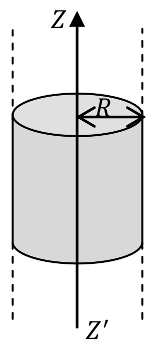
Exercice 2 : (05 points)

Soit un fil, assimilé à un segment de droite de longueur L porté par l'axe (OY), uniformément chargé avec une densité linéique $\lambda > 0$ (voir figure ci-contre).



Calculer, en fonction de α et x, le champ électrique créé par ce fil en un point M de l'axe (OX) tel que $OM = x > 0$.

Exercice 3 : (05 points)



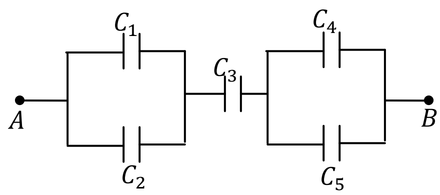
Sur la figure ci-contre est représenté un cylindre plein, d'axe $(Z'Z)$, infini, de rayon de base R et uniformément chargé avec une densité volumique ρ positive.

En utilisant le théorème de Gauss, calculer le champ électrostatique créé par cette distribution en tout point M de l'espace. Distinguer les deux ragions $r < R$ et $r > R$.

Exercice 4 : (05 points)

Soit l'assemblage de condensateurs de la figure ci-contre. On donne :

$$C_1 = C_2 = C = 3\mu F \quad ; \quad C_4 = C_5 = 2C \quad ; \quad C_3 = \lambda C (\lambda \in \mathbb{R})$$



1- Déterminer la valeur du paramètre λ pour que la capacité équivalente entre A et B soit égale à C.
2- On applique entre A et B une différence de potentiel $U = V_A - V_B = 220\,V$. A l'équilibre, calculer la charge portée par chaque condensateur et la d.d.p entre ses bornes.

Corrigé

Exercice 1 : (05 points)

1- La valeur de la charge Q pour le champ électrique crée par cette distribution soit nul en M :

D'après le principe de superposition, on a :

$$\vec{E}_M = \vec{E}_A + \vec{E}_O + \vec{E}_B = K\frac{q}{(AM)^2}\vec{u}_{AM} + K\frac{Q}{(OM)^2}\vec{u}_{OM} + K\frac{q}{(BM)^2}\vec{u}_{BM}(\mathbf{0.5})$$

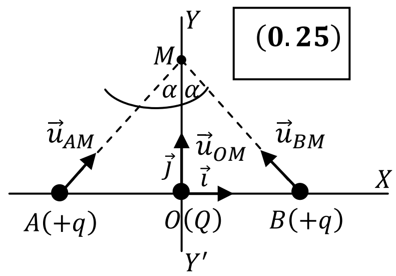
D'après la figure, on a :

$$(AM)^2 = (BM)^2 = 4a^2(\mathbf{0.25});\ \ \vec{u}_{AM} = \sin\alpha\,\vec{\imath} + \cos\alpha\,\vec{\jmath}(\mathbf{0.25});\ \ \vec{u}_{OM} = \vec{\jmath}(\mathbf{0.25});$$

$$\vec{u}_{BM} = -\sin\alpha\,\vec{\imath} + \cos\alpha\,\vec{\jmath}(\mathbf{0.25})$$

Ce qui nous donne :

$$\vec{E}_M = \frac{K}{2a^2}[q\cos\alpha + Q]\vec{\jmath}(\mathbf{0.5})$$



Ce champ est nul si seulement si :

$$q\cos\alpha + Q = 0 \Rightarrow Q = -q\cos\alpha\ (\mathbf{0.5})$$

Sachant que :

$$\cos\alpha = \frac{OM}{AM} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\mathbf{0.5})$$

On a finalement :

$$Q = -\frac{\sqrt{2}}{2}q\ (\mathbf{0.5})$$

2- Le potentiel électrique crée en M :

D'après le principe de superposition, on a :

$$V_M = V_A + V_O + V_B = K\frac{q}{AM} + K\frac{Q}{OM} + K\frac{q}{BM} = K\frac{q}{a}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)K\frac{q}{a}(\mathbf{0.5})$$

3- On place en M une charge ponctuelle $q_M = -q$:

a- La résultante des forces électriques qui s'exerce sur elle :

$$\vec{F}_M = q_M\vec{E}_M = \vec{0}(\mathbf{0.25})$$

b- Son énergie potentielle électrique :

$$E_p = q_M V_M = -\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)K\frac{q^2}{a}(\mathbf{0.5})$$

Exercice 2 : (05 points)

Une charge élémentairedq, contenue dans l'élément de longueurdl entourant le point P, va créer au point$M$ un champ électrostatique élémentaire$(\mathbf{0.50})$:

$$d\vec{E} = K\frac{dq}{r^2}\vec{u} = K\frac{\lambda dl}{r^2}\vec{u} = K\frac{\lambda dy}{r^2}\vec{u}(\mathbf{0.5})$$

$$r = PM \ \ ; \ \ \vec{u} = \vec{r}/r \ \ ; \ \ y = OP$$

D'après la figure, on a :

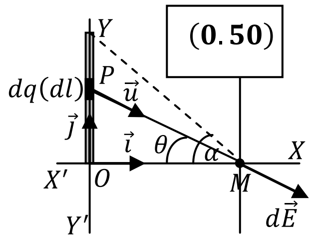
$$\tan\theta = \frac{y}{x} \Rightarrow y = x\tan\theta\ (\mathbf{0.50}) \Rightarrow dy = dl = \frac{x}{\cos^2\theta}d\theta\ \ (\mathbf{0.5})$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} \Rightarrow r = \frac{x}{\cos\theta}(\mathbf{0.5})$$

$$\vec{u} = \cos\theta\,\vec{\imath} - \sin\theta\,\vec{\jmath}(\mathbf{0.5})$$

Ce qui nous donne :

$$d\vec{E} = K\frac{\lambda}{x}(\cos\theta\,\vec{\imath} - \sin\theta\,\vec{\jmath})d\theta\ (\mathbf{0.5})$$



Le champ électrique total en M s'obtient en intégrant sur tout le fil :

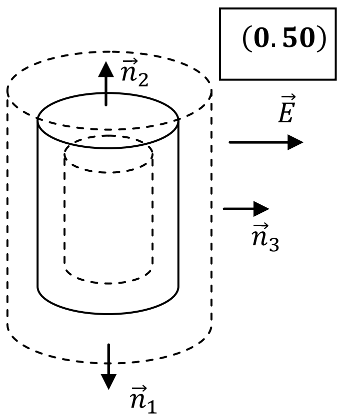
$$\vec{E} = K\frac{\lambda}{x}\int_0^{\alpha}[(\cos\theta\,\vec{\imath} - \sin\theta\,\vec{\jmath})d\theta] = K\frac{\lambda}{x}[\sin\theta\,\vec{\imath} + \cos\theta\,\vec{\jmath}]_0^{\alpha} = K\frac{\lambda}{x}[\sin\alpha\,\vec{\imath} + (\cos\alpha - 1)\vec{\jmath}](\mathbf{01})$$

Exercice 3 : (05 points)

La distribution de charges possède une symétrie cylindrique $\Rightarrow \vec{E} = E(r)\vec{e}_r(\mathbf{0.50})$

N.B : nous avons utilisé la coordonnéer au lieu deρ pour éviter toute confusion avec la densité de charges.

La surface de Gauss est un cylindre d'axe(OZ), de rayon de base$r$ et de hauteur$h$ $(\mathbf{0.50})$**.**



Le flux total peut être subdivisé en trois flux : deux flux à travers les surfaces des deux bases (inférieure (1) et supérieure (2)) et un flux à travers la surface latérale (3) :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3(\mathbf{0.50})$$

$$\Phi_1 = \iint_{S_1}\vec{E}.\overrightarrow{dS} = \iint_{S_1}(\vec{E}.\vec{n}_1)dS = 0\ (\vec{E}\perp\vec{n}_1)(\mathbf{0.50})$$

$$\Phi_2 = \iint_{S_2}\vec{E}.\overrightarrow{dS} = \iint_{S_2}(\vec{E}.\vec{n}_2)dS = 0\ (\vec{E}\perp\vec{n}_2)(\mathbf{0.50})$$

$$\Phi_3 = \iint_{S_3} \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \iint_{S_3} (EdS)(\vec{e}_r.\vec{n}_3) = \iint_{S_3} EdS = ES_3 = E(2\pi rh)(\mathbf{0.50})$$

D'après le théorème de Gauss :

$$\Phi = \oiint \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(2\pi rh) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 rh}(\mathbf{0.50})$$

<u>Régine I :$r < R$</u>

$$Q_{int} = \rho V = \rho(\pi r^2 h) \Rightarrow E_{int}(M) = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}(\mathbf{0.50})$$

<u>Région II :$r > R$</u>

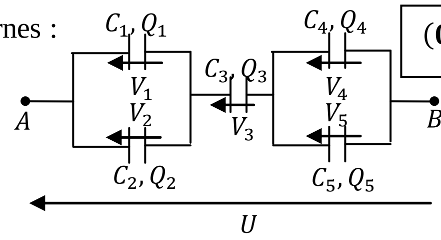
$$Q_{int} = \rho V = \rho(\pi R^2 h) \Rightarrow E_{ext}(M) = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}(\mathbf{0.50})$$

<u>Exercice 4 : (05 points)</u>

1- La valeur du paramètreλ pour que la capacité équivalente entre$A$ et$B$ soit égale àC :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4 + C_5} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{\lambda C} + \frac{1}{4C} \Rightarrow \lambda = 4 \quad (\mathbf{0.50})$$

2- La charge portée par chaque condensateur et la d.d.p entre ses bornes :



$(\mathbf{0.25})$

Le montage équivalent permet de déterminer la chargeQ_3, en effet :

$$Q_3 = C_{eq}U = CU \quad (\mathbf{0.25})$$

D'après le montage, on a : $V_1 = V_2$; $V_4 = V_5(\mathbf{0.25})$

Sachant que$C_1 = C_2$; $C_4 = C_5$, il s'en suit que :$Q_1 = Q_2$; $Q_4 = Q_5(\mathbf{0.25})$

La conservation de la charge donne$Q_3 = Q_1 + Q_2 = Q_4 + Q_5$ $(\mathbf{0.50})$, on en déduit :

$$Q_1 = Q_2 = Q_4 = Q_5 = \frac{Q_3}{2} = \frac{CU}{2}(\mathbf{0.50})$$

A.N :$Q_3 = 660\mu F(\mathbf{0.25})$; $Q_1 = Q_2 = Q_4 = Q_5 = 330\mu F$ $(\mathbf{0.25})$

Le calcul des potentiels ne pose aucune difficulté :

$$V_1 = V_2 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{U}{2}(\mathbf{0.50});\ V_4 = V_5 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{U}{4}(\mathbf{0.50});\ V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{U}{4}(\mathbf{0.50})$$

A.N : $V_1 = V_2 = 110\ V(\mathbf{0.25})$; $V_3 = V_4 = V_5 = 55V$ $(\mathbf{0.25})$