Janvier 2012

Université A.Mira-Béjaia
-2$^{\grave{e}me}$année Informatique.

Correction de l'Interrogation $N°3$

Exercice $N°1$ (3pt)

Une poignée de main est un couple constitué d'un premier élément choisi dans l'ensemble constitué des 12 joueurs de la première équipe, et d'un deuxième élément choisi dans l'ensemble constitué des 15 joueurs de la deuxième équipe. Il y a donc $12x15 = 180$ poignées de main.

Exercice $N°2$ (7pt)

Désignons par $G = \{G_1, G_2, G_3, G_4\}$ l'ensemble des 4 garçons et $F = \{F_1, F_2\}$ l'ensemble des 2 filles.

1. L'ensemble des dispositions possibles de ces 6 personnes sur les six places d'un banc correspond à l'ensemble des permutations des six éléments de l'ensemble $F \cup G$. Il a donc $16! = 720$ dispositions différentes.
2. Si les garçons sont d'un côté et les filles de l'autre, il y a deux "configurations possibles" {2 garçons, 4 filles} ou {2 garçons, 4 filles}.
   Au sein de chaque configuration, il y a 2 !=2 manières de permuter les 2 filles, et 4 !=24 manières de permuter les 4 garçons.
   Il y aura au total 2 x 4 !x 2 ! = 96 manières de placer ainsi ces six personnes.
3. Si ch ue fille est intercalée entre deux garçons, il y a trois configurations possibles :
   G F G F G G
   G G F G F G
   G F G G F G
   Une fois la configuration " choisie ", il y a $2! = 2$ manières de permuter les 2 filles, et $4! = 24$ manières de permuter les 4 garçons.
   Il y aura au total $3! \times 2! \times 4! = 144$ manières de placer ainsi ces six personnes.
4. Si les filles veulent rester l'une à côté de l'autre, il y a cinq configurations possibles :
   F F G G G G
   G F F G G G
   G G F F G G
   G G G F F G
   G G G G F F
   Une fois la configuration "choisie", il y a $2! = 2$ manières de permuter les 2 filles, et $4! = 24$ manières de permuter les 4 garçons.
   Il y aura au total $5! \times 2! \times 4! = 240$ manières de placer ainsi ces six personnes

Exercice $N°3$ **(7pt)**

Soient n, k tels que $n \geq k$ des entiers positifs. Montrer les égalités :

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^n C_n^k = 0 \tag{1}$$

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^n k C_n^k = n2^{-n} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{k=0}^{n}(-1)^n C_n^k &= (-1)^n \sum_{k=0}^{n} C_n^k \\
&= (-1)^n \sum_{k=0}^{n} C_n^k 1^k 1^{n-k} \\
&= (-1)^n 2^n. \textit{ Binome de Newton.} \\
&\neq 0, \forall n \in N.
\end{aligned}$$

Par récurence, on trouvera que la deuxième égalité aussi est fausse.
Si l'égalité a été donnée de cette façon :

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = 0 \tag{3}$$

1.

$$\begin{aligned}
\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k &= \sum_{k=0}^{n} C_n^k (-1)^k 1^{n-k} \\
&= (1-1)^n. \textit{ Binome de Newton.} \\
&= 0,
\end{aligned}$$

Mr. BEZOUI.